

**Методы вычислительной физики
для исследования сложных систем
(06-6-1119-2-2024/2026)
Годовой отчет 2025**

Руководители темы: Земляная Е. В., Чулуунбаатар О.

Заместители: Калиновский Ю. Л., Хведелидзе А.

Участвующие лаборатории ОИЯИ: ЛИТ, ЛФВЭ, ЛТФ, ЛНФ, ЛЯП, ЛРБ

Участвующие страны и международные организации: Армения, Беларусь, Болгария, Грузия, Египет, Китай, Мексика, Монголия, Россия, ЮАР

Для решения уравнений в рамках метода связанных каналов с комплексными потенциалами, описывающих ядерные реакции с массивными ядрами, разработаны комплексы программ, реализующие метод конечных элементов (МКЭ) высокого порядка. Показано, что МКЭ и метод R-матрицы более стабильны, чем часто используемый модифицированный метод Нумерова, и позволяют включать больше колебательных и вращательных связей. Расчеты реакций $^{48}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$ и $^{51}\text{V} + ^{248}\text{Cm}$ (см. Рис 1.), показали, что многофононные и высокоспиновые состояния значительно сглаживают распределения барьеров, улучшая согласие с экспериментальными данными [1].

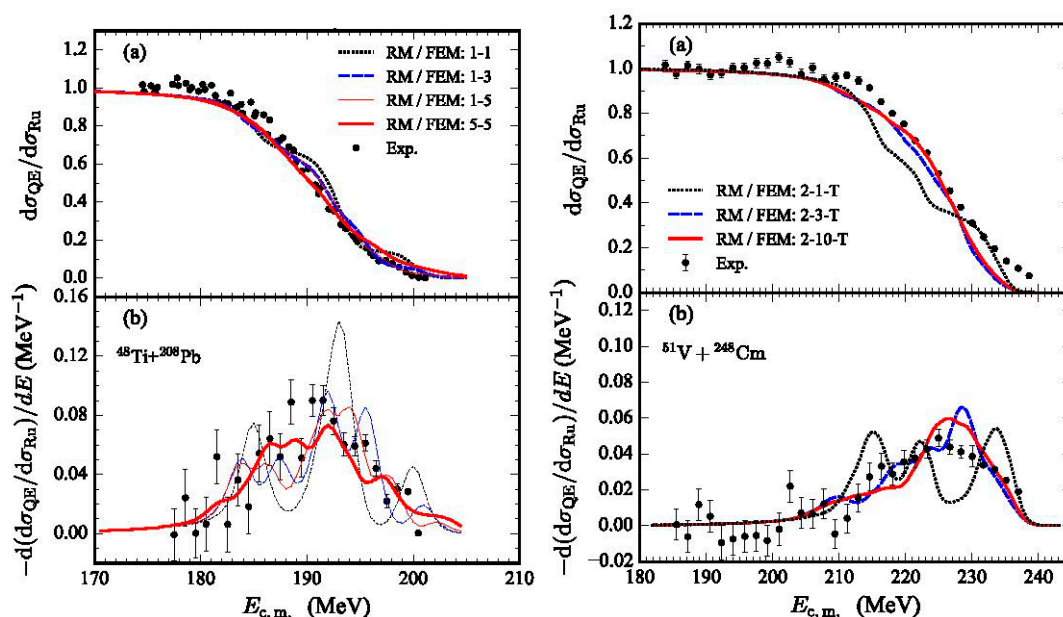


Рис. 1. (а) Рассчитанные в [1] сечения квазиупругого рассеяния под обратным углом относительно сечения Резерфорда для реакций $^{48}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$ (слева) и $^{51}\text{V} + ^{248}\text{Cm}$ (справа). (б) Соответствующие распределения барьеров. Экспериментальные данные [S. Mitsuoka, et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 182701, и M. Tanaka, et al., J. Phys. Soc. Jpn. 91 (2022) 084201] показаны кружками.

Разработаны новые схемы МКЭ третьего и четвертого порядков с многомерными интерполяционными полиномами Эрмита d -мерного гиперкуба для решения краевых задач (КЗ) для эллиптического уравнения со смешанными частными производными на гиперпараллелепипедах сетках. Тестовые расчеты КЗ подтверждают заявленный порядок точности разработанных схем МКЭ [2]. На основе комбинации МКЭ и метода секущих разработаны новые алгоритмы решения задач дискретного и непрерывного спектра двух кулоновских центров в вытянутых сфероидальных координатах, включая нахождение собственных значений энергии или фазовых сдвигов, констант разделения и соответствующих собственных функций [3].

В монографии [4] дан обзор основных результатов, которые приводят к пониманию двойственной природы химической связи в двухатомной молекуле бериллия в основном состоянии $X^1\Sigma_g^+$ по движению электронов. Представлены расчеты колебательно-вращательного спектра связанных состояний и впервые выполненные расчеты вращательно-колебательного спектра метастабильных состояний с комплексными энергиями.

Рассмотрено квазиупругое столкновение электрона с атомом водорода с высокой передачей энергии. Учёт движения ядра после столкновения с электроном с энергией в несколько кэВ приводит к неожиданным эффектам в формах двойных дифференциальных сечений, вычисляемых в первом и втором борновских приближениях (SBA). Предложен метод вычисления сингулярных SBA-интегралов с использованием приближения замыкания (closure approximation) [5], который может быть использован при описании квазиупругого столкновения электрона с атомом гелия.

В сотрудничестве с ЛЯР и ЛТФ проведено исследование реакции рассеяния ${}^7\text{Li}+{}^{10}\text{B}$ и реакции ${}^7\text{Li}+{}^{10}\text{B}\rightarrow{}^6\text{Li}+{}^{11}\text{B}$ при энергии пучка $E_{\text{LAB}}=58$ МэВ с использованием микроскопической модели оптического потенциала и метода DWBA на основе анализа экспериментальных данных, полученных на циклотроне У-400 в ЛЯР ОИЯИ. С учетом полученного согласия расчетных и экспериментальных характеристик (рис. 2), результаты проведенного анализа указывают на наличие протон-нейтронного гало в структуре возбужденного состояния ${}^6\text{Li}_{0+}$ (3.56 МэВ) [6].

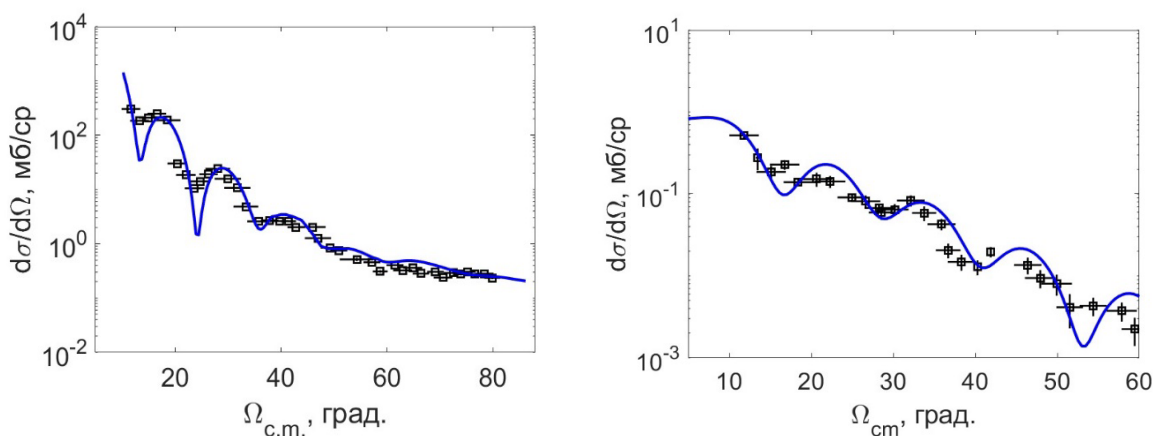


Рис. 2. Рассчитанные в [6] сечения упругого рассеяния ${}^7\text{Li}+{}^{10}\text{B}$ при энергии пучка $E_{\text{LAB}}=58$ МэВ (слева) и угловые распределения выхода возбужденного состояния ${}^6\text{Li}_{0+}$ с энергией 3.56 МэВ (справа) в сравнении с полученными в ЛЯР экспериментальными данными.

На основе транспортно-статистического подхода в сотрудничестве с ЛЯР исследовано отношение выходов изотопов, полученных в реакциях с налетающим ионом ${}^{18}\text{O}$ при энергии 35 МэВ с тяжелой ${}^{181}\text{Ta}$ и легкой ${}^9\text{Be}$ мишенями. Показано, что прицельный параметр столкновения ядер играет важную роль в определении изотопных распределений фрагментов, подобных налетающему ядру. Предложен метод ускорения транспортно-статистического расчета,

реализован модифицированный подход, позволяющий улучшить согласие расчетов с экспериментальными данными [7,8].

Программный пакет TANGELO для симуляции квантовых вычислений дополнен для учета релятивистских поправок к кулоновским взаимодействиям при расчетах химических соединений с участием сверхтяжелых элементов. Вычислительный алгоритм основан на гибридной квантово-классической схеме adapt-VQE и реализован с целью квантово-химического вычисления волновых функций и энергий основного состояния монооксидов тяжелого свинца и сверхтяжелого флеровия [9].

На основе тензорных сетей развит программный пакет для симуляции квантовых вычислений, который применен к неравновесной квантовой динамике низкоразмерных спиновых моделей. На примере одномерной XXZ спиновой ($s=1/2$) модели исследовано влияние стохастических полей окружения, нарушающих унитарный характер эволюции спиновой системы. При изменении модельных параметров обменной анизотропии обнаружен кроссовер в динамическом поведении спиновой системы, что находится в согласии с гипотезой динамического фазового перехода [10].

В сотрудничестве с Университетом Кейптауна проведено численное исследование влияния параметров частоты и радиуса на структуру и свойства стоячих волн в шаре конечного радиуса, аппроксимирующих трехмерные осциллоны в модели ϕ^4 [11].

В сотрудничестве с Софийским университетом разработан численный метод высокой точности для решения задачи трех тел равных масс в условиях отсутствия столкновений и наличия центральной симметрии. Метод основан на ньютоновской итерационной схеме, дополненной процедурой вычисления начальных приближений путем сеточного поиска [12], что позволило получить серию новых решений рассматриваемой задачи. Примеры найденных решений представлены на рис. 3.

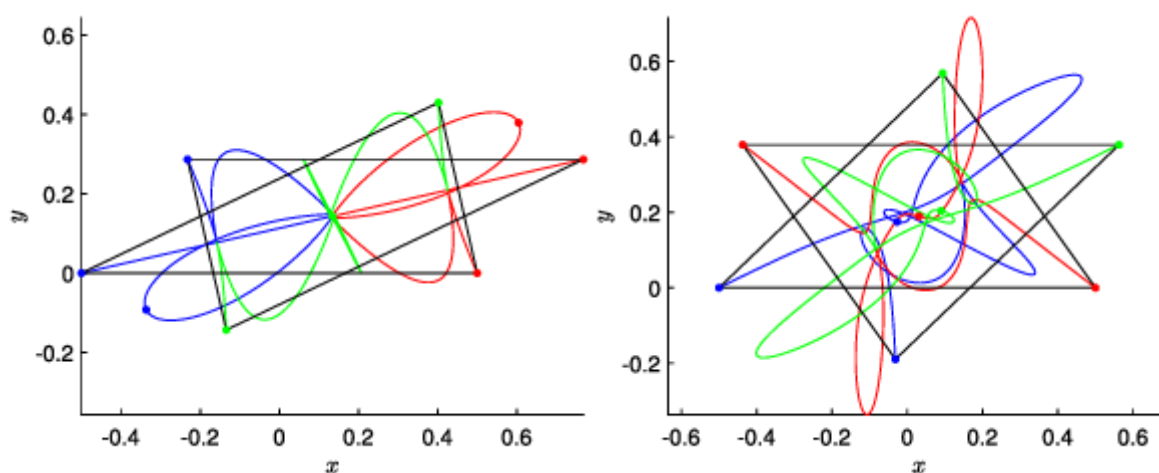


Рис. 3. Варианты найденных в [12] новых решений задачи трех тел с равными массами в условиях центральной симметрии и отсутствия столкновений

В сотрудничестве с ЛНФ и ИБМХ РАН проведено исследование структуры везикул фосфолипидной транспортной наносистемы и лекарств на ее основе по данным малоуглового рассеяния нейтронов, полученным на малоугловом спектрометре «Yellow Submarine» (Будапешт). Некоторые результаты для везикулярных систем на основе лекарства Индолип представлены на рис. 4. Показано существенное влияние ряда факторов, включая наличие примесей и концентрацию раствора, на размеры везикул и их структуру [13].

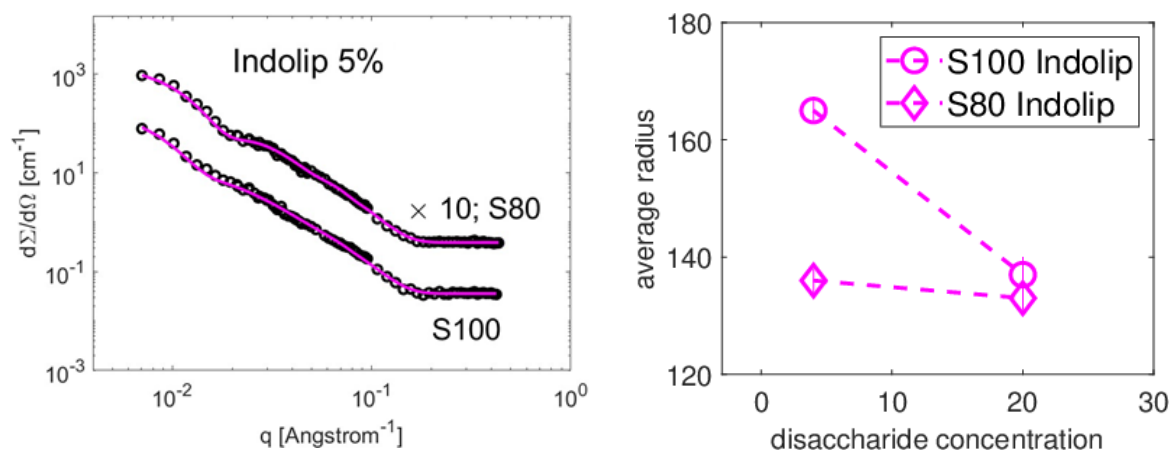


Рис. 4. Слева: экспериментальные и рассчитанные в [13] сечения малоуглового рассеяния нейтронов на образцах S80 и S100 полидисперсных везикул, приготовленных из 5-процентного раствора Индолипа в воде с содержанием фосфатидилхолина 77% (S80) и 94% (S100). Справа: средний радиус везикул в образцах S80 и S100 в зависимости от концентрации дисахарида.

Разработан веб-интерфейс для онлайн-анализа экспериментальных данных малоуглового рассеяния на базе облачной инфраструктуры ОИЯИ с использованием инструментов пакета ROOT для реализации параллелизма [14].

Опубликован обзор [15] работ по совместному с ЛНФ и ЛРБ исследованию методами прикладной ядерной физики и молекулярно-динамического моделирования взаимодействий липидных пептидов, с акцентом на реорганизацию липидных мембран, вызванную пептидом Aβ (25–35) в условиях, имитирующих доклиническую стадию болезни Альцгеймера. Совместное использование взаимодополняющих экспериментальных и численных подходов позволяет существенно продвинуться в понимании механизмов взаимодействия биомембран.

В сотрудничестве с физиками ЛФВЭ и ЛЯП выполнены работы по трехмерному компьютерному моделированию магнитной системы циклотрона MSC-230 с токовой обмоткой на 4.5ка, учитывающий новый вариант ее намотки [16].

В целях оптимизации центральной области циклотрона была модернизирована программа моделирования динамики пучка. Вместо обратной трассировки одиночных частиц был реализован алгоритм обратного движения (back-tracking) для всего пучка с комплексным учетом потерь частиц на элементах конструкции ускорителя в реальном распределении ускоряющего

(замедляющего) поля. Программа CORD (Closed ORbit Dynamics) адаптирована для произвольного количества секторов, резонаторов, кратности ускорения [17].

На основе предложенной симметризации метода Вейерштрасса в системе компьютерной алгебры Sage реализован экономичный с точки зрения затрат вычислительных ресурсов метод построения фундаментальной функции и абелевых дифференциалов третьего рода на плоской алгебраической кривой над полем комплексных чисел, не имеющим особых точек [18]. Проведен анализ разностных схем, известных как метод Кахана или обратимые разностные схемы. Продемонстрировано преимущество таких схем по сравнению с другими подходами применительно к динамическим системам с квадратичными правыми частями [19].

Рассмотрен операторный подход для стохастических систем, в рамках которого основное кинетическое уравнение представляется в форме уравнения Шредингеровского типа с гамильтонианом, зависящим от операторов рождения и уничтожения. Ядро оператора эволюции записывается через функциональный интеграл, для которого предложен метод приближенного вычисления, основанный на разложении по собственным функциям гамильтониана, порождающего функциональный интеграл. Для процесса чистого рождения получены приближенные значения вероятностей нахождения в первом и втором состоянии [20].

Развита потенциальная модель с нелокальным взаимодействием, в рамках которой сформулирована система уравнений для описания спектра векторных мезонов: вычисление спектра масс, констант взаимодействия, нормировок и выбор подходящих форм-факторов. Используемый в данной нелокальной модели феноменологический выбор вершины векторного мезона будет достаточным для описания свойств тяжелых кваркониев J/ψ (Υ): процессов рождения и диссоциации кваркониев при энергиях соударения тяжелых ионов на эксперименте NICA [21,22].

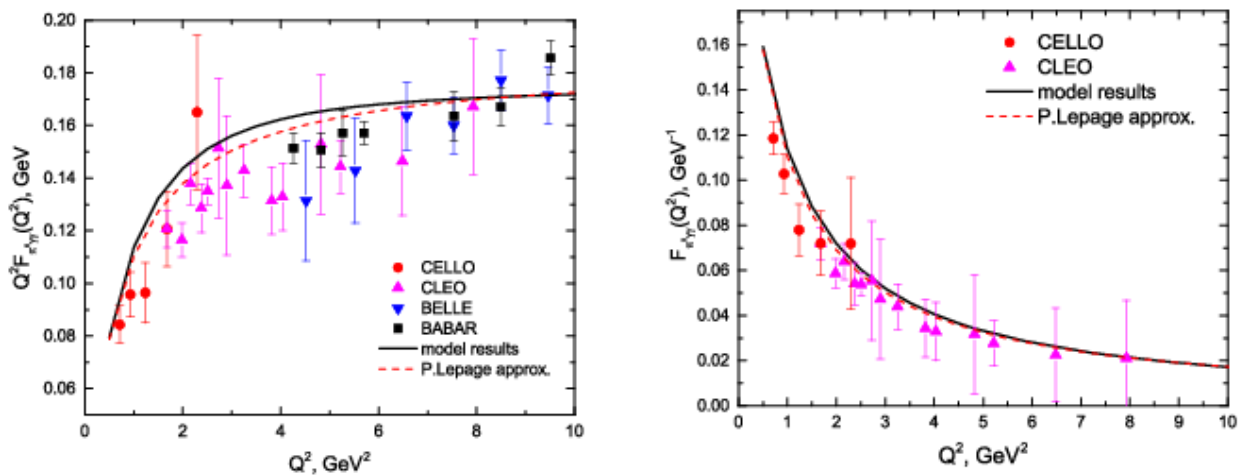


Рис. 5. Рассчитанный в [22] переходный форм-фактор $F_{\pi\gamma}$ как функция пространственно-подобного импульса фотона Q^2 в сравнении с экспериментальными данными из ряда работ, перечисленных в [22].

Предложен метод эффективного описания запутанности двух-кубитной системы с использованием специально выбранной системы координат в заданном сечении пространства запутанности, упрощающий расчеты нелокальных характеристик. Метод позволяет описать класс сепарабельных состояний в виде полуалгебраического множества [23]. Проведено сравнение четырехмерной квантовой системы и системы двух кубит в рамках обобщенного формализма соответствия Стратоновича – Вейля. На основе численного анализа показано, как информация о возможной реализации виртуальной двухуровневой подсистемы кодируется в свойствах функции Вигнера состояний соответствующей четырехуровневой системы [24].

Предложено обобщение метода углов Тэйта – Брайана, являющегося модификацией известного метода углов Эйлера, описывающего вращение ортогонального репера в трехмерном евклидовом пространстве, на случай пространств произвольной конечной размерности. Разработанная система элементарных унитарных вращений позволяет ввести удобную параметризацию грассманианов и параметризацию алгебраически открытых подмножеств классов сопряжения эрмитовых матриц [25].

Предложен альтернативный подход к квантовой механике, в котором координата и импульс принимают значения в конечных полях Галуа [26]. Создан программный комплекс, включающий инструменты для работы с полями Галуа, операторами смещения, группами Вейля – Гейзенберга и Клиффорда, а также функциями Вигнера в конечных фазовых пространствах [27].

Проведено моделирование алгоритма квантовой аппроксимации в задаче оптимизации QAOA для поиска основного состояния в модели Изинга [28]. Рассмотрены случаи продольного и поперечного внешнего поля. Гамильтониан модели реализуется с помощью последовательности квантовых вентилей. Работа алгоритма QAOA промоделирована для последовательно усложняющихся решёточных конфигураций с применением библиотек Cirq и qsim при использовании графического процессора, технологии CUDA и библиотеки cuStateVec. Полученные результаты свидетельствуют о предпочтительности безградиентных методов по сравнению с градиентными.

С целью введения понятия запутанности, основанной на «абerrационной» степени свободы фотонов, проанализирована классическая и квантовомеханическая интерпретация системы Цернике. Показана её эквивалентность осциллятору Хиггса на сфере или псевдосфере [29].

Построены регуляризующие корреляционные функции для квантовых статистических систем, состоящих из атомов или молекул и взаимодействующих друг с другом посредством сингулярных неинтегрируемых потенциалов [30]. Метод основан на решении уравнения рассеяния в виде асимптотических рядов на малых расстояниях, которые могут быть экстраполированы на произвольные пространственные переменные с помощью теории автомодельных приближений. В [31] метод автомодельных приближений применен для

экстраполяции суммирования расходящихся вириальных разложений для жидкостей типа жёстких дисков, жидкостей типа жёстких сфер и систем со степенными потенциалами. Показано, что предложенный метод дает более точные результаты по сравнению с другими подходами.

Исследованы фазовые переходы в низкоразмерных системах заряженных частиц, включая диффузионные и интёртипные (ИТ) сверхпроводники. Численное моделирование показало, что в диффузионных многозонных сверхпроводниках ИТ-область фазовой диаграммы значительно расширяется при различии коэффициентов диффузии зон, что меняет характер взаимодействия вихрей. В результате численного исследования квазикристаллических сверхпроводников обнаружено отсутствие трансляционной симметрии, приводящее к фрактальному распределению конденсата [32,33].

Проведено компьютерное моделирование контролируемого переворота намагниченности в цепочке ϕ_0 переходов (см. рис. 6), вызванного переменным напряжением. Показано, что, приложив переменный внешний импульс напряжения с частотой, совпадающей с собственной частотой LCR-контра, можно реализовать переворот намагниченности в выбранном ϕ_0 переходе, тем самым продемонстрирована возможность управляемого переворота намагниченности [34].

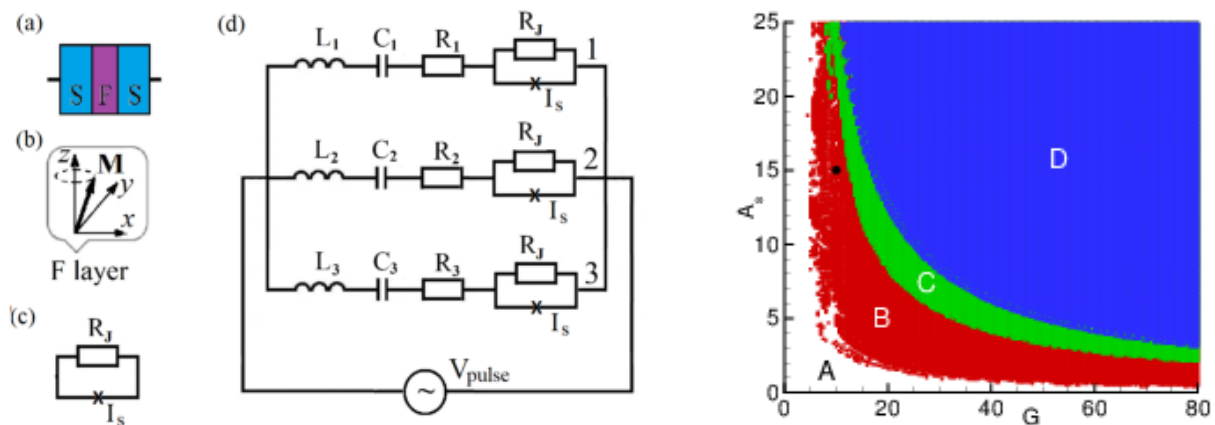


Рис. 6. Слева: схема цепочки ϕ_0 переходов, рассмотренная в [34]. Справа – домены реализации переворота намагниченности в первом (B), втором (C) и третьем (B) переходах системы под действием внешнего импульса тока.

Предложена и численно исследована обобщённая модель газа Чаплыгина на основе нелинейного спинорного поля, обеспечивающая единое описание тёмной материи и тёмной энергии в сферически-симметричном пространстве-времени FLRW с открытой геометрией. Параметрическая идентификация модели по современным данным демонстрирует ее конкурентоспособность в области поздней Вселенной и приводит к более низкому значению постоянной Хаббла [35]. Проведено систематическое теоретико-численное исследование нелинейного спинорного поля в классе однородных и анизотропных космологических моделей, включающем сферически-симметричный FLRW и анизотропные модели Bianchi type-I и LRS

Bianchi type-I. Показано, что при использовании естественных координатных систем тензор энергии-импульса спинорного поля обладает недиагональными компонентами, которые являются структурным свойством спинорного источника и не зависят от конкретного вида нелинейности. [36,37].

Подготовлено учебное пособие [38] по использованию технологии MPI для повышения производительности вычислений, ориентированное как на студентов Университета «Дубна», так и на широкий круг лиц, самостоятельно изучающих параллельное программирование для ускорения численного решения вычислительных задач.

Основные публикации по тематике проекта, подготовленные в 2025г

1. P.W. Wen, O. Chuluunbaatar, P. Descouvemont, A.A. Gusev, C.J. Lin, S.I. Vinitsky, Role of multi-phonon and high-spin states on the quasi-elastic barrier distributions of massive systems, *Phys. Lett. B* 863, 139383 (2025).
2. O.O. Kovalev, B. Batgerel, A.A. Gusev, L. L. Hai, V.L. Derbov, O. Chuluunbaatar, S.I. Vinitsky, P.W. Wen, Symbolic-numerical algorithms for solving multidimensional boundary value problems by finite element method on hypercubes, *Lect. Notes Comput. Sci.* 16235, 210–222 (2026).
3. H.L. Luong, A.I. Muratova, O.O. Kovalev, A.A. Gusev, V.L. Derbov, S.I. Vinitsky, Algorithms for solving two-center coulomb problem, *Comput. Math. Math. Phys.* 65, 2618–2635 (2025).
4. A.V. Mitin, A.A. Gusev, G. Chuluunbaatar, O. Chuluunbaatar, S.I. Vinitsky, V.L. Derbov, H.L. Luong, Dual nature of chemical bond and vibration-rotation spectrum of the Be₂ molecule in the ground $X_1\Sigma_g^+$ state // Chapter in *Chemical and Materials Sciences: Research Findings*, Vol.2, BP Intern. Publishing, 100–133 (2025).
5. O. Chuluunbaatar, Yu.V. Popov, S. Kanaya, Y. Onitsuka, M. Takahashi, Electron-hydrogen quasi-elastic scattering at high momentum transfer: Calculations of second Born singular integrals, *Phys. Part. Nucl.* 56(6), 1400–1406 (2025).
6. Е.В. Земляная, К.В. Лукьянов, В.К. Лукьянов, Ю.Э. Пенионжкевич, Ю.Г. Соболев, С.С. Стукалов. Микроскопический анализ упругого рассеяния и реакции передачи при столкновении ${}^7\text{Li}+{}^{10}\text{B}$ при энергии пучка 58 МэВ, *Изв. РАН Сер. Физ.*, Т. 89, №8, 1222–1226 (2025).
7. Т.И. Михайлова, Б. Эрдэмчимэг, Ю.М. Середа. Зависимость выходов изотопов от массы мишени в реакциях тяжелых ионов с энергиями в фермиевском диапазоне. *Изв. РАН сер. физ.*, том 89, №8, 1201–1208 (2025).
8. T.I. Mikhailova, B. Erdenechimeg, Modified transport approach for description of fragmentation reactions in heavy-ion collisions, *Phys. Part. Nucl.* 56(6), 1536–1542 (2025)
9. V.Yu. Yushankhai, L.A. Siurakshina, Variational quantum algorithm for computational problems of quantum chemistry: from UCCSD-VQA to ADAPT-VQA, *Phys. Part. Nucl.* 56(4), 1004–1008 (2025).
10. L.A. Siurakshina, and V.Yu. Yushankhai, Nonequilibrium quantum dynamics of a low-dimensional pin system, *Phys. Part. Nucl. Lett.* 22, 536–539 (2025)
11. E.V. Zemlyanaya, A.A. Bogolubskaya, N.V. Alexeeva, M.V. Bashashin, ϕ^4 oscillons as standing waves in a ball: a numerical study, *Phys. Part. Nucl.* 56(6), 1655–1659 (2025).
12. I. Hristov, R. Hristova, T. Puzynina, Z. Sharipov, Z. Tukhliev. Numerical search for three-body periodic free-fall orbits with central symmetry, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 51, 109066 (2025).
13. E. Zemlyanaya, M. Kiselev, V. Chausova, Yu. Tereshkina, E. Tikhonova. Analysis of structure of the PhTNS vesicles based on small-angle neutron scattering data obtained at the “Yellow Submarine” spectrometer. *Int. J. Mod. Phys. E*, <https://doi.org/10.1142/S021830132641003X>
14. K. Lukyanov, A. Soloviev, T. Solovjeva, E. Zemlyanaya. A web application for fitting experimental data using JINR cloud infrastructure and ROOT package tools, *Phys. Part. Nucl.* 56(6), 1509–1513 (2025).

15. S.A. Kurakin, O.I. Ivankov, T.N. Murugova, D.R. Badreeva, E.B. Dushanov, E.V. Ermakova, A.I. Kuklin, N. Kučerka. Lipid membrane destabilization induced by amyloid-beta peptide in the systems mimicking preclinical Alzheimer's disease, *Natural Science Review*, Vol. 2, 100202 (2025).
16. P.G. Akishin, V.A. Vesenkov, A.I. Vlasov, et al. Medical Superconducting Cyclotron MSC-230. Status of the Project. *Phys. Part. Nucl. Lett.* 22(4), 847–851 (2025).
17. O.V. Karamyshev, I.D. Lyapin, T.V. Karamysheva, M.A. Shuravin, Using artificial intelligence in cyclotron design, *Phys. Part. Nucl. Lett.* 22(4), 690–698 (2025).
18. M.D. Malykh, E.A. Ayryan, Yu Ying. On calculation of Abelian differentials, *Program. Comput. Softw.* 51(1), 17–20 (2025).
19. M.D. Malykh, E.A. Ayryan, I.T. Dulatov, L.O. Lapshenkova, L.A. Sevastianov. Finite difference models of dynamical systems with polynomial right-hand side, *Phys. Part. Nucl.* 56(6), 520–1523 (2025).
20. E. Ayryan, J. Buša, M. Hnatič, T. Lučivjanský, V. Malyutin, Approximate calculation of functional integrals arising from the operator approach. *Physica A: Stat. Mech. Appl.* 670, 130616 (2025).
21. A.N. Tawfik, A.I. Ahmadov, A. Friesen, Yu. Kalinovskiy, A. Aparin, M. Hanafy, Derivation of meson masses in SU(3) and SU(4) extended linear sigma model at finite temperature, *Particles* 8 1, 9 (2025).
22. A. Friesen, Yu. Kalinovskiy, A. Khmelev, Heavy mesons in an effective quark model with a nonlocal interaction, e-Print: 2505.24542 [hep-ph], Принята к печати в *Symmetry*.
23. A. Khvedelidze, D. Mladenov, A. Torosyan. Towards parameterizing the entanglement body of a qubit pair, *Phys. Part. Nucl.* 56(6), 1493–1497 (2025).
24. A. Khvedelidze, I. Rogojin, On the dichotomy between quatrity and pairs of qubits in the Stratonovich-Weyl correspondence, *Phys. Part. Nucl.* 56(4), 1025–1029 (2025).
25. M. V. Babich, L. A. Bordag, A. M. Khvedelidze, D. M. Mladenov, On multidimensional analogs of Euler (Tait-Bryan) angles and Grassmannians, *Записки научных семинаров ПОМИ*, 543, 43–55 (2025).
26. В.В. Корняк. Конструктивная квантовая механика и вычисления с конечными группами. Программирование, Том 51, № 1, с 9–20, 2025.
27. В.В. Корняк. Группы Вейля – Гейзенберга и Клиффорда и квантовая физика. Записки Научных Семинаров ПОМИ, Том 543, с 126-142, 2025.
28. Yu. Palii, D. Belyakov, A. Bogolubskaya, M. Zuev, D. Yanovich, Simulation of the QAOA algorithm at the JINR quantum testbed, *Phys. Part. Nucl.* 56(4), 1661–1669 (2025).
29. V. Abgaryan, A. Nersessian, V. Yeghikyan, Zernike system revisited: Imaginary gauge and Higgs oscillator, *Mod. Phys. Lett. A* 2550222 (2025).
30. V.I. Yukalov and E.P. Yukalova, Quantum systems of atoms with highly singular interaction potentials, *Laser Phys.* 35, 045501 (2025).
31. V.I. Yukalov and E.P. Yukalova, Self-similar summation of virial expansions, *Molecular Phys.*, <https://doi.org/10.1080/00268976.2025.2563021>
32. P.M. Marychev, E.G. Nikonov, V.S. Stolyarov, A. Vagov, Crossover between types I and II in diffusive superconductors: perturbative study, *Phys. Rev. B* 111, 134501 (2025).
33. E. Nikonov, Y. Chen, M. Doria, A. Shanenko, Hartree-Fock interaction in superconducting condensate fractals, *Beilstein J. Nanotechnol.* 16, 2177–2182 (2025).
34. A. Rahmonova, O. Streltsova, I. Rahmonov, M. Zuev. Simulation of a controllable magnetization reversal in a chain of ϕ_0 junctions by an alternating voltage pulse, *Phys. Part. Nucl.* 56(6), 1592–1598 (2025).
35. M. Goray, B. Saha, Observational constraints on a spinor field generalized Chaplygin gas model in a spherically symmetric FLRW space-time, *Eur. Phys. J. C* 85 (10), 1146 (2025).
36. B. Saha, Spinor field in FLRW cosmology: spherically symmetric case, *ЖЭТФ*, 167 (1), 49–58 (2025).
37. B. Saha, Spinor field in Bianchi type-I cosmology with Lyra's geometry, *J. Math. Phys.* 66 (10), 102501 (2025).
38. А. С. Айриян, М. В. Башашин, Е. В. Земляная, О. И. Стрельцова. Параллельное программирование на основе технологии MPI: учебное пособие. ISBN 978-5-89847-737-0. Изд. Ун-т «Дубна», 2025, 86с.