Структура амплитуды процесса $Z_1 Z_2 \to l^+ l^- Z_1 Z_2$ вне рамок борновского приближения

О.О. Воскресенская
Лаборатория информационных технологий, ОИЯИ
А.Н. Сисакян
Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ
А.В. Тарасов, Г.Т. Торосян
Лаборатория ядерных проблем, ОИЯИ

Аннотация

A new approach for calculation of the amplitude of lepton pair production in the nuclear-nuclear collisions at super high energies is proposed. Basing on the Watson-type representation for this amplitude and the hypothesis of its infrared stability, proved in the lowest order of the perturbation theory, the authors succeeded in the resummation of the series of perturbation theory and represent amplitude in the form of rapidly convergent series of the infrared stable terms constructed from S-matrix elements of the lepton-nuclear scattering. An explicit expression for two first terms of this series provided the very high accuracy of calculation of the amplitude of lepton pair production even for collision of heavy nuclei. The obtained result is of interest for the experimental investigations prepared or planned at RHIC and LHC.

Наблюдаемый в последнее время рост интереса к процессу образования лептонных пар в ядро-ядерных соударениях в значительной мере связан с вводом в действие ускорительного комплекса тяжелых ионов RHIC и ожидаемым вскоре вводом LHC.

Известно, что при высоких энергиях основной вклад в полное сечение взаимодействия тяжелых ядер вносит процесс

$$Z_1 + Z_2 \to Z_1 + Z_2 + e^+ + e^- \,, \tag{1}$$

описание которого вне рамок борновского приближения остаётся одной из важнейших нерешенных задач КЭД. Попыткам решить эту проблему посвящена серия работ нескольких групп авторов [1, 2, 3]. Однако, несмотря на значительные затраченные усилия, существенного прогресса в этой области достигнуть не удалось.

Прежде всего, оказались безуспешными попытки полностью непертурбативного решения проблемы, предпринятые авторами [1]. Последовательный же анализ поправок к результатам борновского приближения в рамках пертурбативной КЭД начатый авторами [3], находится еще в начальной стадии. Причиной тому является необходимость систематизации и расчета огромного числа фейнмановских диаграмм (ФД) в рамках этого подхода.

Намного более экономным с вычислительной точки зрения является “полупертурбативный” подход [4], опирающийся на ватсоновское представление оператора рассеяния T задачи двух центров в терминах операторов рассеяния $T_{1(2)}$ одноцентровых задач

$$\begin{aligned} T \;&=\; T_1 + T_2 - T_1 \otimes G \otimes T_2 - T_2 \otimes G \otimes T_1 + \\ &\quad\; T_1 \otimes G \otimes T_2 \otimes G \otimes T_1 + T_2 \otimes G \otimes T_1 \otimes G \otimes T_2 \ldots , \end{aligned} \tag{2}$$

$$T_k = V_k - V_k \otimes G \otimes T_k \,, \quad k = 1, 2. \tag{3}$$

В развернутом виде последние уравнения переписываются следующим образом:

$$T_k(x_2, x_1) = V_k(x_2, x_1) - \int d^4x'_1 d^4x'_2 V_k(x_2, x'_2) G(x'_2 - x'_1) T_k(x'_1, x_1)\,, \tag{4}$$

где

$$V_k(x_2, x_1) = e\gamma_\mu A_{\mu_k}(x_1)\delta(x_2 - x_1), \tag{5}$$

A_{μ_k} — 4-потенциал электромагнитного поля, создаваемого ионом Z_k ($k = 1, 2$), $G(x - x')$ — свободная причинная функция распространения фермиона.

Амплитуда M процесса (1) связана с оператором рассеяния (2) соотношением

$$M = \bar{u}(p_2) \int d^4x_1 d^4x_2 \exp(ip_1x_1 + ip_2x_2) T(x_2, x_1) v(p_1)\,, \tag{6}$$

где $u(p_2)$, $u(p_2)$ — биспиноры, описывающие состояния свободных электрона и позитрона с 4-импульсами p_2 и p_1 соответственно.

Решения уравнений (4) в импульсном представлении выглядят следующим образом: [1]

$$T_1(p, p') = \int d^4x d^4x' \exp(ipx - ip'x') T_1(x, x') \tag{7}$$

$$= (2\pi)^2 \delta(p_+ - p'_+)\gamma_+[\theta(p_+) f_1^{(+)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}'_T) - \theta(-p_+ f_1^{(-)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}'_T)]\,,$$

$$T_2(p, p') = \int d^4x d^4x' \exp(ipx - ip'x') T_2(x, x') \tag{8}$$

$$= (2\pi)^2 \delta(p_- - p'_-)\gamma_-[\theta(p_-) f_2^{(+)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}'_T) - \theta(-p_-) f_2^{(-)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}'_T)]\,,$$

$$f^{(\pm)}(\vec{q}) = \frac{i}{2\pi} \int d^2x \exp\left[i\mathbf{qx}\right) \left(1 - S_k^{(\pm)}(\mathbf{x})\right)\right], \quad k = 1, 2, \tag{9}$$

$$S_k^{(\pm)}(\mathbf{x}) = \exp\left[\pm i\chi_k(\mathbf{x} - \mathbf{b}_k)\right], \tag{10}$$

$$\chi_k(\mathbf{b}) = e \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi_k\left(\sqrt{b^2 + z^2}\right) dz\,,\ e = \sqrt{\alpha}\,. \tag{11}$$

Выше $\mathbf{b}_k$ — прицельные параметры сталкивающихся ионов в их системе центра масс (СЦМ), $\Phi_k(r)$ — их кулоновские потенциалы в системах покоя. Световые компоненты $a_\pm$ 4-вектора $a_\mu = (a_0, a_z, \mathbf{a}_T)$, где $a_\mu = \gamma$ или p, p', определены обычным образом ($a_\pm = a_0 \pm a_z$); ось z выбрана в направлении движения ядра Z_2.

Соотношениями (2)-(11) [4] решается проблема частичного ресуммирования (эйконализации) ряда теории возмущений, обсуждавшегося в работах [3].

В силу свойства инфракрасной стабильности (ИКС) амплитуды (6) в целом [3], инфракрасно-нестабильные компоненты отдельных “парциальных” амплитуд взаимно сокращаются, приводя к окончательному ИКС-результату для этой амплитуды. Проследить это сокращение удается лишь после явного выполнения интегрирований по световым компонентам всех промежуточных 4-импульсов в выражениях для “парциальных” амплитуд.

Поскольку вклады “инфракрасно-нестабильного большинства” аннулируются, окончательное выражение для амплитуды (6), вопреки прогнозам авторов [3], оказывается сравнительно простым. Оно обладает следующими свойствами:

[1] Выражения (7), (8) справедливы в ультрарелятивистском пределе $\gamma_{1,2} \to \infty$ ($\gamma_{1,2}$ — лоренц-факторы сталкивающихся ядер в их СЦМ) при выполнении условий $p_\pm(p'_\pm) << m\gamma_{1,2}$, то есть в области пионизации.

(i) амплитуда (6) является функционалом следующей ИКС комбинации величин $S_k^{(\pm)}(\mathbf{x})$:

$$\Omega_{12}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_1';\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_2') = \Omega_1(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_1')\Omega_2(\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_2'), \tag{12}$$

$$\Omega_k(\mathbf{x},\mathbf{x}') = 1 - S_k^{(+)}(\mathbf{x})S_k^{(-)}(\mathbf{x}'), \quad k=1,2;$$

(ii) она представима в виде бесконечной суммы

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} M_n\left\{\Omega_{12}\right\}, \tag{13}$$

слагаемые которой при $Z_1\alpha \ll 1$, $Z_2\alpha \ll 1$ пропорциональны $\left(Z_1 Z_2 \alpha^2\right)^{2n-1}$;

(iii) величины $M_1\left\{\Omega_{12}\right\}$ являются “полиномами” n-ой степени от Ω_{12}, не содержащими свободных членов.

Явные выражения для $M_1\left\{\Omega_{12}\right\}$, $M_2\left\{\Omega_{12}\right\}$ следующие:

$$M_1 \;=\; \frac{i}{(4\pi)^3}\bar{u}(p_2)\left[\int\prod_{i=1}^{3} d^2k_i\, R_1\right]v(p_1)\,, \tag{14}$$

$$M_2 \;=\; \frac{i}{(4\pi)^3}\bar{u}(p_2)\left[\int\prod_{i=1}^{3} d^2k_i\, R_2\right]v(p_1) + \frac{i}{(4\pi)^7}\bar{u}(p_2)\left[\int\prod_{i=1}^{7} d^2k_i\, \tilde{R}_2\right]v(p_1)\,, \tag{15}$$

$$\begin{aligned} R_1 \;&=\; \gamma_+\nu_1\gamma_-\nu_2\gamma_+\nu_3\gamma_-\Omega_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_2(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_b+i\pi)(a+b)^{-1} \\ &+\; \gamma_-\nu_1\gamma_+\nu_2\gamma_-\nu_3\gamma_+\Omega_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_c+i\pi)(a+c)^{-1}\,, \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} R_2 \;&=\; \gamma_+\nu_1\gamma_-\nu_2\gamma_+\nu_3\gamma_-\Omega_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_2(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_b/3)(L_b^2+\pi^2)(a+b)^{-1} \\ &+\; \gamma_-\nu_1\gamma_+\nu_2\gamma_-\nu_3\gamma_+\Omega_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_c/3)(L_c^2+\pi^2)(a+c)^{-1}\,, \end{aligned} \tag{17}$$

$$L_b = \ln(a/b), \quad L_c = \ln(a/c), \tag{18}$$

$$a = \mu_1\mu_3, \quad b = \mu_2 p_{2+}p_{1-}, \quad c = \mu_2 p_{2-}p_{1+}\,, \tag{19}$$

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{p}_{2T} - \mathbf{k}_1, \quad \mathbf{q}_2 = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2, \quad \mathbf{q}_3 = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3, \quad \mathbf{q}_4 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{p}_{1T}\,, \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_2 \;=\; & \gamma_+\nu_1\gamma_-\nu_2\gamma_+\nu_3\gamma_-\nu_4\gamma_+\nu_5\gamma_-\nu_6\gamma_+\nu_7\gamma_- \\ & \times\Omega_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_2(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)\Omega_1(\mathbf{q}_5,\mathbf{q}_7)\Omega_2(\mathbf{q}_6,\mathbf{q}_8) \\ & \times(L_{\tilde{b}}^2+\pi^2)(L_{\tilde{b}}/3+i\pi)(\tilde{a}+\tilde{b})^{-1} \\ & +\gamma_-\nu_1\gamma_+\nu_2\gamma_-\nu_3\gamma_+\nu_4\gamma_-\nu_5\gamma_+\nu_6\gamma_-\nu_7\gamma_+ \\ & \times\Omega_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)\Omega_2(\mathbf{q}_5,\mathbf{q}_7)\Omega_1(\mathbf{q}_6,\mathbf{q}_8) \\ & \times(L_{\tilde{c}}^2+\pi^2)(L_{\tilde{c}}/3+i\pi)(\tilde{a}+\tilde{b})^{-1}\,, \end{aligned} \tag{21}$$

$$L_{\tilde{b}} = \ln(\tilde{a}/\tilde{b}), \quad L_{\tilde{c}} = \ln(\tilde{a}/\tilde{c})\,, \tag{22}$$

$$\nu_i = m - \gamma_T \mathbf{k}_i, \quad \mu_i = m^2 + \mathbf{k}_i^2, \tag{23}$$

$$\tilde{a} = \mu_1\mu_3\mu_5\mu_7, \quad \tilde{b} = \mu_2\mu_4\mu_6 p_{2+} p_{1-}, \quad \tilde{c} = \mu_2\mu_4\mu_6 p_{2-} p_{1+}\,, \tag{24}$$

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{p}_{2T} - \mathbf{k}_1, \quad \mathbf{q}_2 = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2, \quad \mathbf{q}_3 = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3, \quad \mathbf{q}_4 = \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4, \tag{25}$$

$$\mathbf{q}_5 = \mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_5, \quad \mathbf{q}_6 = \mathbf{k}_5 - \mathbf{k}_6, \quad \mathbf{q}_7 = \mathbf{k}_6 - \mathbf{k}_7, \quad \mathbf{q}_8 = \mathbf{k}_7 + \mathbf{p}_{1T}\,,$$

$$\Omega_j(\mathbf{q},\mathbf{q}') = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2x d^2x' \exp\left(i\mathbf{q}\mathbf{x} + i\mathbf{q}'\mathbf{x}'\right)\Omega_j(\mathbf{x},\mathbf{x}'),\ j=1,2, \tag{26}$$

где m — масса электрона [5].

Приведенные для амплитуд M_1 и M_2 выражения (14)-(26) решают проблему выхода за рамки борновского приближения в описании процесса (1).

Список литературы

[1] B. Segev and J.C. Wells, Phys. Rev. A **57**, 1849 (1998); A.J. Baltz and L. McLerran, Phys. Rev. C **58**, 1679 (1998); B. Segev and J.C. Wells, Phys. Rev. C **59**, 2753 (1999); U. Eichmann, G. Reinhardt, S. Schramm et al., Phys. Rev. A **59**, 1223 (1999).

[2] D.Yu. Ivanov, A. Schiller and V.G. Serbo, Phys. Lett. B **454**, 155 (1999); U. Eichmann, G. Reinhardt and W. Greiner, Phys. Rev. A **61**, 062710 (2000); R.N. Lee and A.I. Miltsein, Phys. Rev. A 2000 **61**, 032103 (2000); R.N. Lee, A.I. Miltsein and V.G. Serbo, hep-ph/0108014; R.N. Lee and A.I. Miltsein, Phys. Rev. A **64**, 032106 (2000); A.J. Baltz, F. Gelis, L. McLerran and A. Peshier, Nucl. Phys. A **695**, 395 (2001); A.J. Baltz, nucl-th/0305083.

[3] E. Bartos, S.R. Gevorkyan, E.A. Kuraev and N.N. Nikolaev, Phys. Rev. A **66**, 042720 (2002); E. Bartos, S.R. Gevorkyan, E.A. Kuraev and N.N. Nikolaev, Phys. Lett. A **538**, 45 (2002); S.R. Gevorkyan and E.A. Kuraev, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **29** 1227 (2003); E. Bartos, S.R. Gevorkyan and E.A. Kuraev, Yad. Fiz. **67**, 1945 (2004); E. Bartos, S.R. Gevorkyan, E.A. Kuraev and N.N. Nikolaev N.N., JETP **100**, 645 2005.

[4] O.O. Voskresenskaya, A.N. Sissakian, A.V. Tarasov and H.T.Torosyan, Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, Letters **3**, No. 4(133), 48 (2006).

[5] O.O. Voskresenskaya, A.N. Sissakian, A.V. Tarasov and H.T.Torosyan, Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, Letters **4**, No. 1(137) 36 (2007).