

P9-2017-13

С. Н. Доля, И. Сархадов

РАСЧЕТ СИЛЬНОТОЧНОГО ЛИНЕЙНОГО
ПРОТОННОГО УСКОРИТЕЛЯ
С ЭНЕРГИЕЙ 80 МэВ

Расчет сильноточного линейного протонного ускорителя с энергией 80 МэВ

В статье рассмотрена возможность импульсного ускорения в спиральном волноводе протонного пучка с током $I_b = 0,7$ А. Ускоритель состоит из трех частей. Энергия инжекции протонов равна 50 кэВ. В первой части ускорителя, имеющей длину $L_{acc1} \approx 1,4$ м, протоны ускоряются до энергии $\varepsilon_{1fin} = 0,8$ МэВ. Потребляемая этой частью ускорителя высокочастотная мощность $P_1 = 0,8$ МВт. Во второй части ускорителя, имеющей длину $L_{acc2} \approx 2$ м, протоны ускоряются до энергии $\varepsilon_{2fin} = 5$ МэВ. Потребляемая второй частью ускорителя высокочастотная мощность $P_2 = 4$ МВт. Третья часть ускорителя состоит из 8 секций длиной 7 м каждая. Радиальная фокусировка протонного пучка в ускорителе осуществляется магнитным полем с напряженностью $H = 10$ Тл, создаваемым сверхпроводящим соленоидом.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В. П. Дзелепова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2017

Calculation of High-Current Linear Proton Accelerator with an Energy of 80 MeV

This article considers the possibility of pulsed acceleration in a spiral waveguide of a proton beam with the current $I_b = 0.7$ A. The accelerator consists of three parts. The energy of the proton injection is 50 keV. In the first part of the accelerator having the length $L_{acc1} \approx 1.4$ m, the protons are accelerated up to the energy $\varepsilon_{1fin} = 0.8$ MeV. In this section of the accelerator, consumption of high-frequency power is $P_1 = 0.8$ MW. In the second part of the accelerator with the length $L_{acc2} \approx 2$ m, the protons are accelerated up to the energy $\varepsilon_{2fin} = 5$ MeV. Consumption of high-frequency power in the second part of the accelerator is $P_2 = 4$ MW. The third part of the accelerator consists of 8 sections, each being 7 m long. Radial focusing of the proton beam in this accelerator is carried out with the magnetic field intensity $H = 10$ T, generated by a superconducting solenoid.

The investigation has been performed at the Dzheleпов Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2017

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наиболее известные импульсные источники нейтронов построены по следующей схеме: интенсивный линейный протонный ускоритель с энергией протонов ~ 1 ГэВ облучает мишень из тяжелых элементов. Протонные ускорители, используемые для этой цели, имеют длину порядка нескольких сотен метров и снабжены накопителями пучка. Это связано с тем, что токи таких протонных ускорителей составляют десятки миллиампер и имеют миллисекундную длительность, тогда как использование нейтронов для исследований по методу времени пролета требует как можно более короткой нейтронной вспышки.

В Дубне работает импульсный реактор ИБР-2 [1]. В работе [2] было предложено разместить сверхточечный протонный ускоритель с током пучка $I_b = 0,7$ А и энергией пучка $\varepsilon = 1$ ГэВ вблизи здания, где расположен реактор ИБР-2. Облучая таким пучком подкритический ядерный реактор, можно было бы получить поток нейтронов, в несколько раз превосходящий поток нейтронов от импульсного нейтронного источника ESS [3].

Основной ускоритель, облучающий подкритический ядерный реактор, в работе [2] предлагается делать сверхпроводящим. Инжектором же для него должен быть протонный ускоритель [4] с энергией пучка $\varepsilon = 80$ МэВ. Ускорение протонов до энергии $\varepsilon = 80$ МэВ предлагается проводить в линейном ускорителе, основанном на спиральном волноводе.

Спиральный волновод представляет собой обычный коаксиальный кабель, центральный проводник которого намотан в виде спирали на электрический каркас (рис. 1).

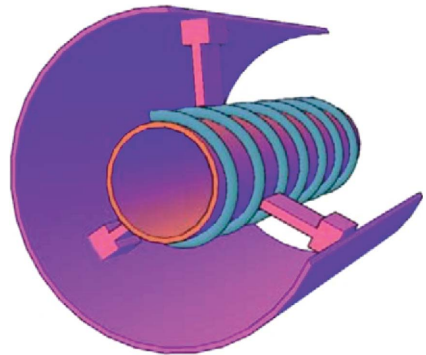


Рис. 1. Схема спирального волновода

В такой структуре возможно распространение медленных электромагнитных волн, подходящих для ускорения протонов. Подробный теоретический

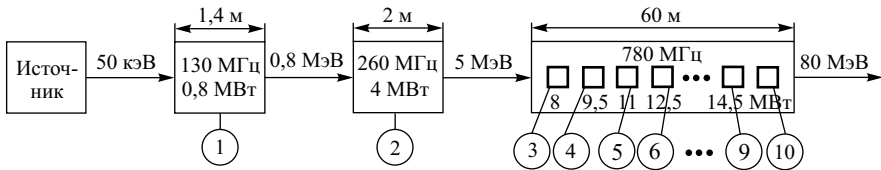


Рис. 2. Схема ускорителя

Таблица 1. Параметры высокочастотного питания ускорителя

Номер секции на рис. 2	Высокочастотная мощность P	Частота f , МГц
1	800 кВт	130
2	4 МВт	260
3	8 МВт	780
4	9,5 МВт	780
5	11 МВт	780
6	12,5 МВт	780
7	13 МВт	780
8	14 МВт	780
9	14,5 МВт	780
10	15 МВт	780

расчет ускорения протонов от начальной энергии 1 МэВ до конечной энергии 10 МэВ был проведен еще в 1959 г. [5], где не были учтены удержание пучка в поперечном направлении и передача высокочастотной мощности в пучок.

В работе изучена динамика протонов в линейном ускорителе, построенном на базе спирального волновода. Также далее учтено фазовое движение протонов и влияние кулоновского расталкивания на движение частиц в ускорителе.

Ниже приведены результаты расчетов для ускорителя, схема которого показана на рис.2. Параметры высокочастотного питания представлены в табл. 1.

1. СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СПИРАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Структура поля в спиральном волноводе достаточно сложна. Волна содержит три компоненты электрического и три компоненты магнитного поля.

Все компоненты поля есть как внутри спирали, так и снаружи (рис. 1):

$$\begin{aligned}
 E_{z1} &= E_0 I_0(k_1 r), \\
 E_{r1} &= i(k_3/k_1) E_0 I_1(k_1 r), \\
 H_{\varphi 1} &= i\varepsilon(k/k_1) E_0 I_1(k_1 r), \\
 H_{z1} &= -i(k_1/\mu k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 I_0(k_1 r)/I_1(k_1 r_0), \\
 E_{\varphi 1} &= -\operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 I_1(k_1 r)/I_1(k_1 r_0), \\
 H_{r1} &= (k_3/\mu k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 I_1(k_1 r)/I_1(k_1 r_0);
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 E_{z2} &= I_0(k_1 r_0) E_0 K_0(k_1 r)/K_0(k_1 r_0), \\
 E_{r2} &= -i(k_3/k_1) I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r)/K_0(k_1 r_0), \\
 H_{\varphi 2} &= -i(k/k_1) I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r)/K_0(k_1 r_0), \\
 H_{z2} &= i(k_1/k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 K_0(k_1 r)/K_1(k_1 r_0), \\
 E_{\varphi 2} &= -\operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r)/K_1(k_1 r_0), \\
 H_{r2} &= (k_3/\mu k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r)/K_1(k_1 r_0).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $k = \omega/c$, $\omega = 2\pi f$ — круговая частота; f — частота волны; $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с — скорость света в вакууме; $k_1 = (k_3^2 - k^2)^{1/2}$, $k_3 = 2\pi/\beta\lambda_0$, $\beta = v/c$, $\lambda_0 = c/f$. В этих формулах мы опустили множитель $\exp[i(\omega t - k_3 z)]$, соответствующий бегущей волне.

2. ПРОДОЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ПУЧКЕ

Спиральный волновод является структурой, в которой ускорение протонов происходит бегущей волной, которую мы, как и в [6], выберем в виде $\cos(k_3 z - \omega t + \varphi_s)$. Скорость синхронной частицы $v_p = z/t$ все время совпадает с фазовой скоростью волны $v_{ph} = \omega/k_3$, так что синхронная частица все время находится в одной и той же фазе волны, т.е. в поле $E = E_0 \cos \varphi_s$. При ускорении частицы ее скорость непрерывно возрастает в соответствии с уравнением

$$m c^2 d\gamma/dz = e E_0 \cos \varphi_s, \tag{3}$$

где $m = 1,67264 \cdot 10^{-24}$ г — масса покоя протона; e — элементарный заряд; $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор, $\beta = v_p/c$ — скорость протонов, выраженная в единицах скорости света.

Непрерывное ускорение протонов волной означает, что в замедляющей структуре, спиральном волноводе, надо непрерывно ускорять волну. Для спирального волновода, в котором спираль намотана на цилиндрический каркас,

это можно делать непрерывным увеличением шага намотки спирали. Дисперсионное уравнение — уравнение, связывающее фазовую скорость волны с параметрами спирального волновода, а именно радиусом намотки спирали r_0 , радиусом экрана R и шагом намотки спирали h , — было получено в работе [7]:

$$\operatorname{ctg}^2 \psi = (k_1^2/k^2)I_0(k_1r_0)K_0(k_1r_0)/I_1(k_1r_0)K_1(k_1r_0)\eta, \quad (4)$$

где I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя первого рода; K_0, K_1 — модифицированные функции Бесселя второго рода;

$$\eta = \frac{[1 - I_0(k_1r_0)K_0(k_1r_0)/I_0(k_1R)K_0(k_1R)]}{[1 - I_1(k_1r_0)K_1(k_1r_0)/I_1(k_1R)K_1(k_1R)]}. \quad (5)$$

Выражение для связи потока мощности, распространяющегося в экранированной спирали с напряженностью электрического поля E_0 на оси спирального волновода с радиусом экрана R , выглядит так [8]:

$$P = (c/8)(kk_3/k_1^2)E_0^2r_0^2\{(I_1^2 - I_0I_2)(1 + I_0K_1/I_1K_1\eta) + 2[I_0^2F_1/K_0^2d_0^2 + I_1K_0F_2/I_0K_1\eta d_1^2]\}, \quad (6)$$

где I_0, K_0, I_1, K_1 — значения соответствующих функций Бесселя при значении аргумента k_1r_0 :

$$F_1 = \int_{r_0}^R \check{Z}_1^2 r dr, \quad F_2 = \int_{r_0}^R \check{Z}_2^2 r dr, \quad (7)$$

$$\check{Z}_1 = K_1(k_1r) + f_{01}I_1(k_1r), \quad \check{Z}_2 = K_1(k_1r) - f_1I_1(k_1r), \quad (8)$$

где $d_0 = 1 - f_{01}I_0(k_1r_0)/K_0(k_1r_0)$, $d_1 = 1 - f_1I_1(k_1r_0)/K_1(k_1r_0)$, $f_{01} = K_0(k_1R)/I_0(k_1R)$, $f_1 = K_1(k_1R)/I_1(k_1R)$.

При $R \rightarrow \infty$ соответствующие выражения стремятся к своим предельным значениям: $f_{01} \rightarrow 0$, $f_1 \rightarrow 0$, $d_0 \rightarrow 1$, $d_1 \rightarrow 1$, а выражения для полей в области между экраном и спиралью [8] переходят в выражения для полей в спирали, находящейся в свободном пространстве. Выражение (4) упрощается при предельном переходе до соответствующей формулы из [7], связывающей поток мощности с потоком мощности на оси спирального волновода без экрана.

Роль внешнего экрана заключается прежде всего в уменьшении напряженности электрического поля на оси спирали, которое при близком расположении экрана к спирали может быть весьма значительным [8].

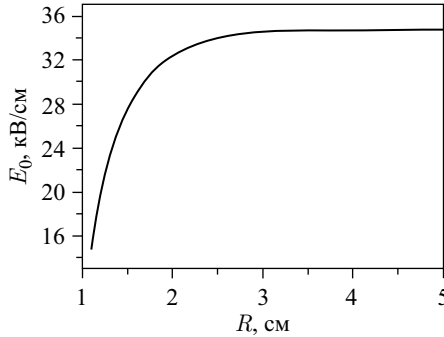


Рис. 3. Зависимость амплитуды напряженности электрического поля на оси спирали E_0 от радиуса экрана R

На рис. 3. приведена зависимость амплитуды напряженности электрического поля на оси спирали от радиуса экрана.

Из рисунка видно, что для выбранного в работе [8] радиуса экрана $R = 3$ см уменьшения поля на оси спирали почти нет. Экран находится далеко от спирали и не влияет на структуру поля в ней.

Выберем напряжение, под которым находится ионный источник относительно земли, $U_{es} = 50$ кВ. Протоны с такой энергией имеют относительную, выраженную в единицах скорости света, скорость $\beta = 0,01$, размерная скорость при этом $v_{inj} = 3 \cdot 10^8$ см/с.

2.1. Группирователь. Рассмотрим обычную синусоидальную группировку пучка на частоте $f_1 = 130$ МГц. Пусть расстояние до фокуса группирования $s = 60$ см. Синхронная частица пролетит это расстояние за время $\tau = 60/3 \times 10^8 = 2 \cdot 10^{-7}$ с. Замедленная длина волны, соответствующая частоте $f_1 = 130$ МГц и относительной скорости $\beta_{inj} = 0,01$, равна $\lambda_s = \beta_{inj}c/f_1 = 2,3$ см. Частицы, отстоящие от синхронной на расстоянии $\lambda_s/4 = 0,6$ см, должны прийти в фокус одновременно с синхронной частицей, т. е. при этом выполняется условие

$$mv_{inj}\Delta v = eU_g, \quad (9)$$

где U_g — напряжение на зазоре группирователя. Из формулы (9) видно, что дополнительная скорость, которую получают несинхронные частицы в зазоре группирователя, должна быть

$$\Delta v = \lambda_s/4\tau = 3 \cdot 10^6 \text{ см/с}. \quad (10)$$

Подставляя эту скорость в уравнение (9), напряжение на зазоре группирователя U_g из соотношения

$$\Delta v/v_{inj} = eU_g/mc^2\beta_{inj}^2 \quad (11)$$

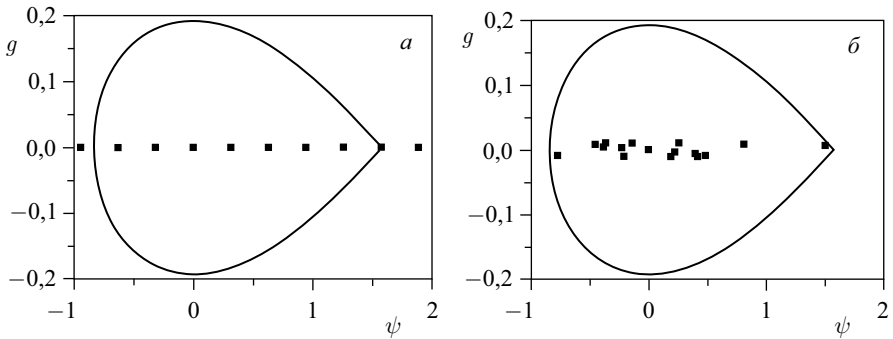


Рис. 4. Распределение частиц на фазовой плоскости на входе в первую часть ускорителя: *a* — без группирователя; *б* — результаты группировки пучка синусоидальным напряжением $U_g = 1$ кВ, расстояние до фокуса группировки $s = 60$ см

получаем $U_g = 1$ кВ. На рис.4 приведены результаты группирования для этих значений параметров. Горизонтальная ось: ψ — разность фаз между синхронной и несинхронными частицами: $\psi = \varphi - \varphi_s$. Вертикальная ось: $g = (v - v_s)/v_s$ — относительная скорость частиц. Видно, что частицы пучка эффективно собираются вблизи синхронной частицы, имеющей параметры $\psi = 0, g = 0$.

Показаны фазовые портреты частиц в начале первой части ускорителя, не прошедших через группирователь (рис. 4, *a*), и частиц, которые были предварительно сгруппированы (рис. 4, *б*).

Из рис. 4. видно, что предварительное группирование частиц значительно увеличивает их фазовую плотность.

2.2. Движение синхронной частицы в первой части ускорителя. Рассмотрим движение синхронной частицы в первой части ускорителя. Выберем следующие параметры спирали: радиус спирали $r_0 = 1$ см; радиус экрана, в который заключена спираль, $R = 3$ см. Будем считать, что в первую часть ускорителя вводится мощность $P_1 = 0,2$ МВт на частоте $f_1 = 130$ МГц. Синхронную фазу для этой части ускорителя выберем $\varphi_s = 45^\circ, \cos \varphi_s = 0,7$.

Результаты расчетов по формулам (1), (3), (4), (6) приведены на рис. 5.

На рис. 6. представлено увеличение шага спирали в зависимости от длины ускорения.

Видно, что без учета кулоновского расталкивания частиц в пучке и без учета нагрузки пучком ускоряющей секции требуемая энергия протонов могла бы быть достигнута на длине ускорения 0,5 м.

2.3. Продольное движение несинхронных частиц. Частицы пучка протонов, захваченные в режим ускорения, представляют собой последователь-

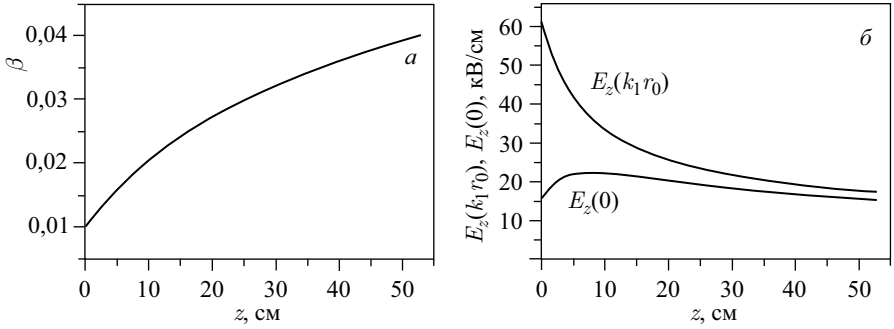


Рис. 5. а) Зависимость увеличения относительной скорости частицы от длины ускорения. б) Зависимость напряженности электрического поля на оси спирали (нижняя кривая) и на спирали (верхняя) от длины ускорения

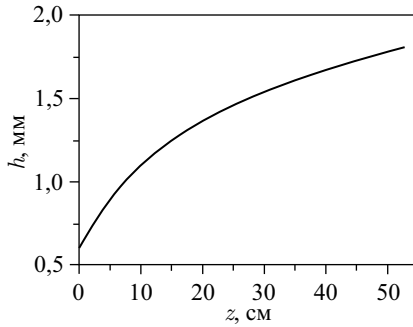


Рис. 6. Зависимость увеличения шага намотки спирали от длины ускорения

ность сгустков, следующих с частотой f_1 . Во второй части ускорителя, где частота ускорения в 2 раза выше, сгустки будут находиться только в каждой второй сепаратрисе, где под сепаратрисой мы понимаем эллипс с горизонтальным размахом $\Delta\varphi$, соответствующим области фаз вблизи синхронной, занимаемой частицами пучка.

Аналитическое рассмотрение [6] показывает, что горизонтальный размах сепаратрисы равен примерно $\Delta\varphi = 3\varphi_s$, т. е. в нашем случае частицы, имеющие начальные фазы от $\varphi_1 = 0$ до $\varphi_2 = 3\pi/4$, будут захвачены в режим ускорения.

Чтобы оценить вертикальный размах сепаратрисы, удобно ввести параметр W_λ — удельное ускорение [6], равное отношению прироста синхронной частицы на длине волны λ_0 к энергии покоя частицы:

$$W_\lambda = eE_0\lambda_0 \cos \varphi_s / mc^2. \quad (12)$$

Поскольку масса покоя протона $mc^2 \approx 1$ ГэВ, удельное ускорение W_λ много меньше единицы (является малым параметром). Через этот малый параметр можно выразить частоту фазовых колебаний — частоту, с которой несинхронные частицы совершают колебания вблизи синхронной частицы при ускорении [6]:

$$\Omega_{\text{ph}} = \omega(W_\lambda \operatorname{tg} \varphi_s / 2\pi\beta_s)^{1/2}, \quad (13)$$

где β_s — скорость синхронной частицы.

Формулу (13) можно переписать следующим образом:

$$\Omega_{\text{ph}} = \omega(eE_0\lambda_0 \sin \varphi_s / 2\pi mc^2 \beta_s)^{1/2}, \quad (14)$$

откуда видно, что частота колебаний протона в поле волны пропорциональна $\sin^{1/2} \varphi_s$. При максимальном ускорении, когда $\cos \varphi_s = 1$, глубина потенциальной ямы, удерживающей протон в продольном направлении, становится равной нулю, автофазировка здесь отсутствует. С другой стороны, глубина ямы максимальна при значении фазы $\varphi_s = \pi/2$, $\sin \varphi_s = 1$, но для этой фазы равно нулю ускорение протона со стороны волны, так как $\cos \varphi_s = 0$. Поэтому в линейных ускорителях на бегущей волне надо выбирать значение синхронной фазы в диапазоне $0 < \varphi_s < \pi/2$.

Вертикальный полуразмер размаха сепаратрисы выражается через частоту фазовых колебаний следующим образом [6]:

$$g_{\text{max}} = 2\gamma^{1/2}(\Omega_{\text{ph}}/\omega)(1 - \operatorname{tg} \varphi_s / \varphi_s)^{1/2}, \quad (15)$$

где под вертикальным размахом сепаратрисы мы понимаем $g = (v - v_s)/v_s$.

Проанализируем теперь влияние группирователя на ускорение протонов в первой части ускорителя на примере рис. 7. На рисунке представлено распределение протонов, прошедших первую часть ускорителя.

Видно, что использование группирователя значительно увеличивает фазовую плотность ускоряемых частиц.

2.4. Кулоновское расталкивание протонов в продольном направлении.

При большом токе пучка, а значит, при большом числе частиц в сгустках может получиться так, что силы фокусировки со стороны волны не хватает для того, чтобы этому расталкиванию противодействовать.

Квадрат частоты фазовых колебаний Ω_{ph}^2 связан с возвращающей силой, действующей на протоны со стороны волны, следующим соотношением: $F' = m\Omega_{\text{ph}}^2 z'$, где F' — сила, действующая со стороны волны на протоны; z' — координата; m — масса протона.

Чтобы найти кулоновскую силу расталкивания, будем предполагать, что сгусток имеет форму эллипсоида с полуосьми r_b и $\Delta z'$, а распределение заряда в эллипсоиде будем считать равномерным. Тогда объем такого эллипсоида

$$V_b = (4/3)\pi r_b^2 \Delta z'. \quad (16)$$

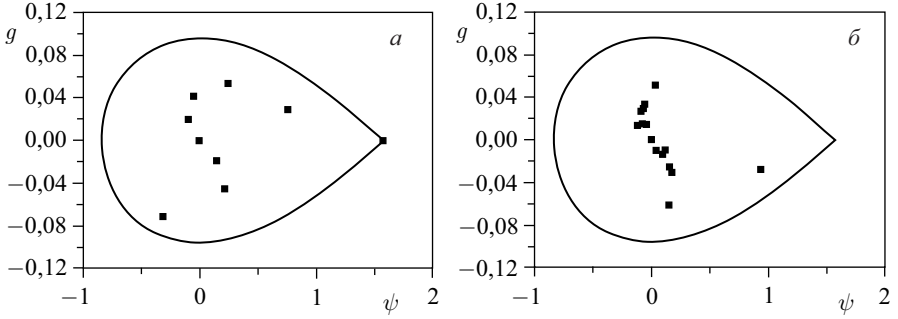


Рис. 7. Распределение частиц на фазовой плоскости, ускоренных в первой части ускорителя: без использования группирователя (а) и прошедших группирующий зазор (б). Параметры группирователя: $U_g = 1$ кВ, $s = 60$ см

Пусть полное число протонов в сгустке равно N . Это число протонов связано с током пучка следующим соотношением:

$$I_b = eNf_1, \quad (17)$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ К — элементарный заряд; $f_1 = 1,3 \cdot 10^8$ Гц — частота ускорения.

Найдем число протонов в сгустке N для тока пучка протонов $I_b = 0,7$ А. Подставляя цифры в формулу (17), найдем, что $N = 3,3 \cdot 10^{10}$ протонов в сгустке. Если теперь разделить это число протонов на объем сгустка, мы найдем n — объемную плотность протонов в сгустке. Будем считать радиус пучка $r_b = 0,5$ см. Этот радиус, с одной стороны, должен быть меньше радиуса спирали $r_0 = 1$ см, с другой стороны, при слишком малом радиусе будет сильно возрастать объемная плотность протонов в сгустке n и ее трудно будет удержать высокочастотным полем волны.

Относительно продольного полуразмера сгустка $\Delta z'$ можно сказать следующее. Область фаз, занимаемая сгустком на фазовой плоскости, равна $3\varphi_s$, и величину $2\Delta z'$ можно определить как

$$2\Delta z' = 3\varphi_s \lambda_0 \beta / 2\pi, \quad (18)$$

где $\lambda_0 = c/f_1 = 230$ см — длина волны в свободном пространстве в первой секции.

Отсюда видно, что самая короткая длина сгустка будет после группирования пучка, в начале ускорения, где $\beta_{\text{in}} = 0,01$. Из формулы (18) можно найти $\Delta z'$ — продольный полуразмер сгустка. Выбирая в первой секции синхронную фазу $\varphi_s = 80^\circ$, $\cos \varphi_s = 0,17$, находим, что в нашем случае $\Delta z' = 3\varphi_s \lambda_0 \beta / 4\pi = 0,77$ см.

В данном ускорителе сила кулоновского расталкивания является наиболее важной, так как именно она ограничивает ток пучка. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Пусть сгусток имеет эллиптическую форму с полуосями r_b и $\Delta z'$. Напряженность электрического поля внутри сгустка можно записать в виде [9]

$$E_C = 4\pi en\xi z', \quad (19)$$

где z' — продольная координата, отсчитываемая от центра сгустка; n — плотность протонов в сгустке; ξ — коэффициент формы сгустка.

Плотность протонов в сгустке n может быть вычислена, если полное число протонов в сгустке $N = 3,3 \cdot 10^{10}$ разделить на его объем $V_b = (4/3)\pi r_b^2 \Delta z' = 0,77 \text{ см}^3$. Выполнив расчеты, получаем $n = 4,3 \cdot 10^{10} \text{ p/см}^3$. Коэффициент формы может быть найден по формуле [9]

$$\xi = (1 - l_1^2) \{ \ln [(1 + l_1)/(1 - l_1)] - 2l_1 \} / l_1^3, \quad (20)$$

где $l_1 = (1 - r_b^2/\Delta z'^2)^{1/2}$. Подставляя цифры в это выражение, получаем, что эксцентриситет сгустка в нашем случае в начале ускорения в первой секции спирального волновода $l_1 = 0,76$.

Коэффициент формы сгустка ξ , согласно формуле (20), равен 0,45. Подставляя этот коэффициент в формулу (19), получаем выражение для кулоновского поля, действующего на протон в продольном направлении в сгустке:

$$E_C = \pi en z'. \quad (21)$$

И, наконец, найдем квадрат кулоновской частоты в сгустке:

$$\omega_C^2 = \pi e^2 n / m, \quad (22)$$

который и надо сравнивать с квадратом частоты продольных фазовых колебаний (формула (14)).

Сделаем оценки для сгустков, находящихся в первой секции, после группирования пучка. Вычислим квадрат частоты фазовых колебаний протонов в сгустках в начале первой секции ускорителя:

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{ph}}^2 &= \omega^2 (eE_0 \lambda_0 \sin \varphi_s / 2\pi m c^2 \beta_s) = \\ &= 6,6 \cdot 10^{17} \cdot 0,073 = 4,9 \cdot 10^{16} \text{ (рад/с)}^2. \end{aligned}$$

Определим значение ω_C^2 :

$$\omega_C^2 = \pi e^2 n / m = 3,4 \cdot 10^{16} \text{ (рад/с)}^2.$$

Сравнивая Ω_{ph} и ω_C^2 , можно видеть, что квадрат кулоновской частоты меньше квадрата частоты фазовых колебаний. Это говорит о том, что в данном случае фазовые колебания будут устойчивы и кулоновское расталкивание частиц в сгустках приведет лишь к некоторому уменьшению частоты фазовых колебаний.

Отношение квадратов частот, т.е. отношение квадрата частоты фазовых колебаний Ω_{ph}^2 к квадрату кулоновской частоты ω_C^2 , в процессе ускорения будет уменьшаться. Продольный размер сгустка $\Delta z'$ увеличивается по мере ускорения как $\Delta z' = (3/4\pi)\varphi_s\beta\lambda_0$. С таким же темпом по мере роста β уменьшается квадрат частоты фазовых колебаний:

$$\Omega_{\text{ph}}^2/\omega_C^2 = (2/3)\omega^2 E_0 \lambda_0 \sin \varphi_s r_b^2 \Delta z' / (\beta c^2 \pi e N). \quad (23)$$

Уравнение (23) можно переписать так:

$$\Omega_{\text{ph}}^2/\omega_C^2 = \omega^2 E_0 \lambda_0 r_b^2 \varphi_s \sin \varphi_s / 2\pi^2 e c^2 N. \quad (24)$$

Напряженность поля волны E_0 в нашем случае уменьшается от начала к концу ускорения. Это может привести к тому, что сила кулоновского расталкивания станет больше фокусирующей силы волны.

3. РАСЧЕТ ТРЕБУЕМОЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ МОЩНОСТИ

В пучок передается мощность $P_b = \int I_b E_0 \cos \varphi_s dz$. Это означает, что именно на такое значение надо увеличить вводимую мощность, рассчитанную по формуле для потока (6).

В первой части ускорителя напряженность электрического поля $E_0 = 0,2$ МВ/м, $\cos \varphi_s = 0,17$. Протоны набирают в этой секции энергию $\varepsilon = 800$ кэВ. При $I_b = 0,7$ А в пучок должна передаваться мощность $P_b = 0,8$ МэВ \cdot 0,7 А = 560 кВт. Это означает, что к $P = 200$ кВт, которая идет на создание поля, надо добавить $P_b = 0,8$ МэВ \cdot 0,7 А = 560 кВт, которая будет передана в пучок. В итоге требуемая суммарная мощность, вводимая в первую часть ускорителя, должна составить $P_1 \approx 800$ кВт.

На рис. 8 приведены соответствующие графики зависимости β , E , h и P от длины ускорения с учетом влияния пучка на высокочастотную мощность.

На рис. 8, а показано увеличение релятивистского фактора β в зависимости от длины ускорения. Видно, что конечное значение $\beta = 0,04$ достигается на длине $L_{\text{acc1}} = 1,4$ м. На рис. 8, б приведены зависимости $E_z(k_1 r_0, z)$, $E_z(0, z)$ от длины ускорения. На рис. 8, в показано требуемое увеличение

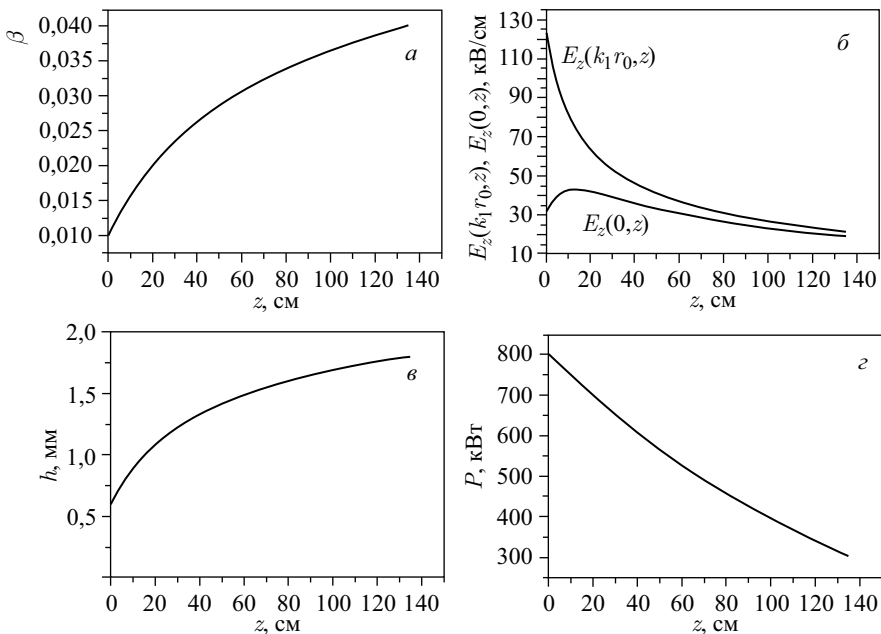


Рис. 8. Зависимости β , E , h и P от длины ускорения

шага намотки спирали в зависимости от длины ускорения. На рис. 8, z представлено уменьшение высокочастотной мощности за счет передачи ее в пучок в зависимости от длины ускорения.

4. РАДИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПРОТОНОВ В ПУЧКЕ

Поле волны на радиусе пучка $r_b = 0,5$ см можно найти как $E_r = -r_b/2dE_z/dz = (\pi r_b/\beta\lambda_0)E_0$. Под действием этого поля протоны ускоряются в радиальном направлении и могут отклониться достаточно далеко от оси пучка, что приведет к увеличению радиального размера пучка. В результате пучок с большим радиальным размером может начать задевать спираль. Радиальное электрическое поле волны растет с увеличением радиуса, что еще больше усугубляет ситуацию.

Приведем численные значения для параметров первой части ускорителя: $E_0 = 0,2$ МВ/м, $r_b = 0,5$ см, $\lambda_0 = 230$ см, $\beta = 0,01$. Тогда получим $E_r = 13$ кВ/см. Радиальное электрическое поле сдвинуто по фазе относительно продольного электрического поля на величину $\pi/2$. Поскольку мы

выбрали $\varphi_s = 80^\circ$, $\cos \varphi_s = 0,17$, на синхронную частицу будет действовать радиальное электрическое поле $E_r = (\pi r_b / \beta \lambda_0) E_0 \sin \varphi_s$, $\sin \varphi_s \approx 1$.

К радиальному электрическому полю волны добавляется кулоновское электрическое поле, направленное в ту же сторону, что и поле волны, т. е. в сторону увеличения радиуса отклонения протона от оси.

По аналогии с продольным кулоновским электрическим полем поперечное электрическое поле сгустка можно записать в виде

$$E_r = 4\pi en \xi_r r, \quad (25)$$

где ξ_r — коэффициент формы пучка в поперечном (радиальном) направлении. Для эллипсоида этот коэффициент формы в поперечном направлении связан с коэффициентом формы ξ в продольном направлении следующим соотношением [10]: $\xi_r = (1 - \xi)/2$.

Для первой части ускорителя коэффициент формы $\xi = 0,45$, и это означает, что $\xi_r = 0,3$. Тогда кулоновское поле на радиусе сгустка $r_b = 0,5$ см

$$E_r = 4\pi en \xi_r r = 4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot 4,3 \cdot 10^{10} \cdot 0,4 \cdot 0,5 \cdot 300 = 12 \text{ кВ/см},$$

и оно того же порядка, что и радиальное поле волны в начале ускорения.

Равенство полей означает, что одного порядка будут и частоты ω_r и ω_C .

Известно, что радиальная частота колебаний в поле волны в $2^{1/2}$ раз меньше частоты продольных колебаний в поле волны: $\Omega_r^2 = -(1/2)\Omega_{\text{ph}}^2$, где знак «минус» показывает, что электрическое поле волны оказывает на протоны дефокусирующее действие. Таким образом, $\Omega_r^2 = 2,5 \cdot 10^{16}$ (рад/с)² для первой части ускорителя.

Определим значение ω_{rC}^2 :

$$\omega_{rC}^2 = 4\pi e^2 n \xi_r / m = 2 \cdot 10^{16} \text{ (рад/с)}^2.$$

Как и ожидалось, кулоновская частота в радиальном направлении оказалась одного порядка с радиальной частотой колебаний протонов в поле волны. Теперь надо сложить квадраты частот и сравнить эту сумму с квадратом ларморовской частоты. В результате сложения Ω_r^2 и ω_{rC}^2 получим $\Omega_r^2 + \omega_{rC}^2 = 4,5 \cdot 10^{16}$ (рад/с)². Ларморовская частота для поля $H = 10$ Тл $\omega_L = 5 \cdot 10^8$ рад/с, квадрат ларморовской частоты $\omega_L^2 = 2,5 \cdot 10^{17}$ (рад/с)², что намного превышает сумму квадратов радиальной и кулоновской частот. Это говорит о том, что фокусировка пучка продольным магнитным полем с напряженностью $H = 10$ Тл будет эффективной.

Влияние поля волны и кулоновского расталкивания протонов на амплитуду радиальных колебаний. Оценим радиальную скорость протонов в пучке, исходя из соотношения

$$v_r = eE_r t/m, \quad (26)$$

где примем время t равным времени, за которое протон совершает 1/6 часть оборота: $t = (1/6)2\pi/\omega_r = 2 \cdot 10^{-9}$ с. Подставляя в формулу (26) значение $E_r = 25$ кВ/см, получаем

$$v_r = eE_r t/m = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 25 \cdot 2 \cdot 10^{-9}/1,7 \cdot 10^{-24} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ см/с.}$$

Решение уравнения радиального движения протонов можно записать в виде

$$r = a_r \sin(\omega_r t + \psi_{\text{in}}), \quad (27)$$

где $a_r = v_r/\omega_r$ — амплитуда колебаний; ψ_{in} — начальная фаза колебаний. Подставляя значения для радиальной скорости $v_r = 1,5 \cdot 10^7$ см/с и для частоты радиальных колебаний $\omega_r = 4,8 \cdot 10^8$ рад/с, находим, что амплитуда радиальных колебаний $a_r = v_r/\omega_r = 0,3$ мм. Это означает, что в результате радиальных колебаний диаметр пучка увеличится на 0,6 мм, т. е. на 6 %.

Запишем уравнения радиального и азимутального движения протонов в пучке [9]:

$$\begin{aligned} d/dt[r\dot{\theta}/(1 - \beta^2)^{1/2}] = r^2\dot{\theta}^2/(1 - \beta^2)^{1/2} + \\ + (eH/mc)r\dot{\theta} + (e/m)[E_r - \beta H_\theta], \quad (28) \end{aligned}$$

$$d/dt[r^2\{\dot{\theta}/(1 - \beta^2)^{1/2} + eH/(2mc)\}] = \text{const}, \quad (29)$$

где точкой обозначена частная производная по времени; H — внешнее магнитное поле; E_r и H_θ — радиальное электрическое и азимутальное магнитное поле волны.

Если протон влетает в магнитное поле по оси ($r = 0$), то константа в уравнении (29) равна нулю и, следовательно, угловая скорость вращения [9]

$$\dot{\theta} = -(1 - \beta^2)^{1/2}eH/(2mc) = -(1 - \beta^2)^{1/2}\omega_L. \quad (30)$$

В общем случае константа, называемая обобщенным магнитным моментом, не равна нулю, и для каждой частицы надо решать систему уравнений (28)–(30).

На рис. 9 представлена зависимость отклонения протона, находящегося в начальный момент времени на радиусе $r_b = 0,5$ см, от оси пучка в синхронной фазе поля волны под действием радиального поля волны и кулоновского расталкивания. Кулоновское расталкивание рассчитывалось по модели равномерно заряженного эллипсоида [9].

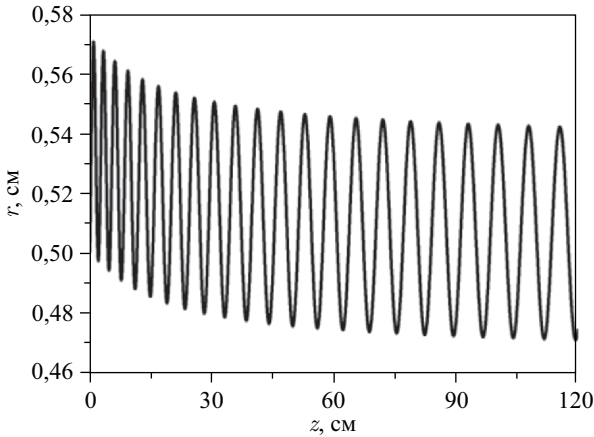


Рис. 9. Зависимость радиального отклонения протона, находящегося в начальный момент времени на радиусе $r_b = 0,5$ см, от оси пучка в синхронной фазе поля волны

Видно, что: максимальное дополнительное отклонение протона от оси ускорителя составляет величину порядка 0,6 мм; длина ускорения для протона, находящегося на границе пучка $r_b = 0,5$, примерно на 15 % меньше, чем для протона, ускоряемого по оси. Это связано с быстрым ростом ускоряющего поля по радиусу. Для того, чтобы протон, находящийся на оси, и протон, находящийся на радиусе $r_b = 0,5$ см, ускорялись синхронно, надо, чтобы синхронная фаза на радиусе $r_b = 0,5$ см была несколько больше, чем на оси. Таким образом, должно выполняться условие $E_{01} \cos \varphi_{s1} = E_{02} \cos \varphi_{s2}$, где E_{01} и E_{02} — амплитуды напряженностей полей на оси и на радиусе границы пучка; φ_{s1} , φ_{s2} — соответствующие синхронные фазы.

В нашем случае при увеличении на 15 % амплитуды ускоряющего поля на границе пучка по сравнению с осью пучка синхронная фаза на границе пучка должна быть $\varphi_{s2} = 81,5^\circ$, а не $\varphi_{s1} = 80^\circ$, как для оси пучка. Заметим, что

Таблица 2. Параметры первой части ускорителя

Параметр	Значение
Напряжение, под которым находится протонный источник, кВ	50
Ток сгруппированного пучка, мА	700
Частота ускорения f , МГц	130
Напряженность фокусирующего магнитного поля H , Тл	10
Средняя напряженность электрического поля E_0 , МВ/м	0,6
Косинус синхронной фазы $\cos \varphi_s$	0,17
Высокочастотная мощность P , МВт	0,8
Длина ускорения z , м	1,4

горизонтальный размах сепаратрисы пропорционален φ_s , так что при таком увеличении размаха сепаратрисы все частицы пучка, находящиеся в одном сечении, будут захвачены каждая в свою сепаратрису. Зависимость горизонтального размаха сепаратрисы от радиального отклонения от оси системы не повлияет на захват протонов в режим ускорения.

В табл. 2 собраны основные параметры первой части ускорителя.

5. ВТОРАЯ ЧАСТЬ УСКОРИТЕЛЯ

Рассмотрим движение синхронной частицы во второй части ускорителя. Напомним, что в первой части ускорителя протоны должны быть ускорены от энергии $\varepsilon_{in1} = 50$ кэВ до $\varepsilon_{fn1} = 800$ кэВ. Эта энергия соответствует скорости протонов $\beta_{fn1} = 0,04$. Во второй части ускорителя протоны должны быть ускорены до энергии $\varepsilon_{fn2} = 5$ МэВ, которая соответствует скорости протонов $\beta_{fn1} = 0,1$. Для третьей части ускорителя энергия инжекции будет равна конечной энергии, достигнутой во второй части ускорителя, т. е. $\varepsilon_{in3} = \varepsilon_{fn2} = 5$ МэВ, а конечная энергия $\varepsilon_{fn2} = 80$ МэВ, которая соответствует скорости протонов $\beta_{fn3} = 0,4$.

Как говорилось ранее [2], основная часть ускорителя, где конечная энергия будет $\varepsilon_{fn4} = 1$ ГэВ, должна состоять из определенной последовательности сверхпроводящих резонаторов. В данной работе эта часть ускорителя не рассматривается.

Радиус катушки спирали мы положим равным $r_0 = 1$ см, радиус экрана $R = 3$ см. Совместное решение уравнений (1), (2) и (4) позволяет найти все параметры спирали и все пространственные распределения полей, соответствующие движению синхронной частицы. На рис. 10 показано увеличение шага вдоль спирали во второй части ускорителя, требуемое для поддержания синхронизма между ускоряемой волной частицей и синхронной фазой волны.

На рис. 11 приведено распределение напряженности электрического поля на оси спирали в зависимости от длины ускорения для второй части ускорителя.

Изучим по такой же схеме, как в первой части, ускорение протонов во второй части ускорителя. Прежде всего рассмотрим фазовое движение несинхронных частиц. Как и в первой части ускорителя, радиус спирали $r_0 = 1$ см. При радиусе экрана $R > 3$ см экран не оказывает влияния на динамику движения протонов в спиральном волноводе (рис. 2). Выберем синхронную фазу во второй части ускорителя $\varphi_{s2} = 60^\circ$, $\cos \varphi_{s2} = 1/2$. Частота ускорения во второй части ускорителя пусть будет в 2 раза выше, чем в первой: $f_2 = 260$ МГц.

На рис. 12 представлено распределение частиц на фазовой плоскости на входе во вторую часть ускорителя. Это распределение показано для случая

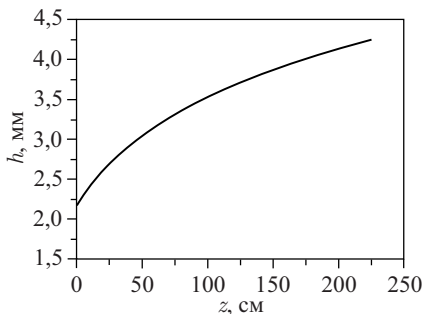


Рис. 10. Зависимость шага намотки спирали от длины ускорения для второй части ускорителя

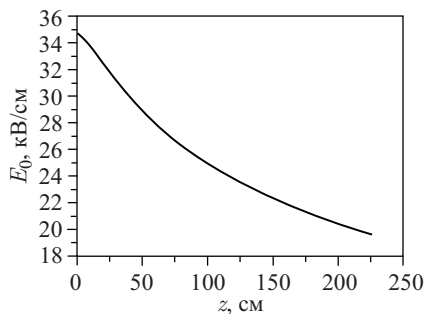


Рис. 11. Зависимость напряженности электрического поля на оси спирали от длины ускорения

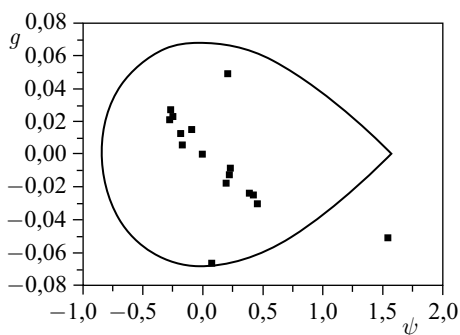


Рис. 12. Распределение протонов, ускоренных в первой части ускорителя, на фазовой плоскости на входе во вторую часть ускорителя

малого тока пучка, когда влияние пучка на высокочастотное поле можно не учитывать. Вводимая во вторую часть ускорителя мощность выбрана $P_2 = 144$ МВт, синхронная фаза $\varphi_s = 45^\circ$.

Из результатов, представленных на рис. 12, следует, что потери интенсивности пучка при переходе из первой секции ускорителя во вторую невелики. Из начального количества модельных частиц — 21 — в первой секции ускорилось 16 частиц. После перехода на вдвое большую частоту ускорения — с $f_1 = 130$ МГц на $f_2 = 260$ МГц — внутри сепаратрисы оказалось 15 частиц.

5.1. Кулоновское расталкивание протонов во второй части ускорителя.

Выполним довольно громоздкие вычисления кулоновского поля для второй части ускорителя. Частота ускорения $f_2 = 260$ МГц, $\omega_2 = 1,63 \cdot 10^9$ рад/с, $\omega_2^2 = 2,66 \cdot 10^{18}$ (рад/с)², $\lambda_0 = 1,15$ м. Амплитуда ускоряющего поля $E_0 = 3$ МВ/м, $\varphi_{s2} = 60^\circ$, $\cos \varphi_{s2} = 0,5$, $\sin \varphi_{s2} = 0,87$.

Тогда выражение в числителе формулы (14) $eE_0\lambda_0 \sin \varphi_s = 3 \cdot 10^6$ эВ, а в знаменателе — $2\pi mc^2\beta_s = 2,5 \cdot 10^8$ эВ. Квадрат частоты фазовых колебаний для второй части ускорителя $\Omega_{\text{ph}2}^2 = 3,2 \cdot 10^{16}$ (рад/с)².

Продольный полуразмер сгустка для этой части ускорителя $\Delta z' = 3\varphi_s \times \lambda_0\beta/4\pi = 1,15$ см. Объем сгустка $V = (4/3)\pi r_b^2 \Delta z' = 1,15$ см³. Плотность протонов в сгустке $n = N/V = 2,9 \cdot 10^{10}$ p/см³. В формуле (20) $l_1 = (1 - r_b^2/\Delta z'^2)^{1/2} = 0,9$, $l_1^2 = 0,81$, $l_1^3 = 0,73$. После вычислений по довольно громоздким формулам получим, что коэффициент формы $\xi = 0,143$ и квадрат кулоновской частоты в этом случае

$$\omega_G^2 = 4\pi e^2 n \xi / m = 8 \cdot 10^{15} \text{ (рад/с)}^2.$$

Видно, что во второй части ускорителя значение этого квадрата кулоновской частоты много меньше значения квадрата частоты фазовых колебаний.

5.2. Затухание мощности вдоль волновода во второй части ускорителя.

Логика расчета затухания высокочастотной мощности в спирали следующая. Зная магнитное поле на поверхности спирали $H_z(r_0)$, можно по формуле для поля соленоида найти азимутальный ток I_φ . Зная азимутальный ток и угол катушки спирали Ψ , можно найти ток I_Ψ , текущий по спирали:

$$I_\Psi = I_\varphi / \cos \Psi, \quad (31)$$

где $\cos \Psi = 2\pi r_0 / [(2\pi r_0)^2 + h^2]^{1/2}$ — косинус угла катушки спирали; Ψ — угол катушки спирали (это угол между образующей и витками спирали).

Из формулы, связывающей поле в соленоиде с током, текущим по его виткам,

$$H_z(\text{А/см}) = n I_\varphi = 1,256 H_z(\text{Гц}), \quad (32)$$

где n — число витков спирали, найдем $I_\varphi(\text{А}) = 1,256 H_z(\text{Гц})/n$, $I_\Psi = 1,256 H_z(\text{Гц})/n \cdot \cos \Psi$.

Потери высокочастотной мощности на омический нагрев спирали можно записать в виде

$$P_{\text{att}} = I_\Psi^2 \dot{R}/2, \quad (33)$$

где сопротивление \dot{R} может быть найдено по формуле $\dot{R} = \rho l_w / s_w$, $\rho = 1,7 \cdot 10^{-6}$ Ом·см — удельное сопротивление меди (будем считать витки спирали изготовленными из меди), $l_w = 2\pi r_0 n$ — длина провода на единице длины спирали, s_w — эффективная площадь витка, по которой течет высокочастотный ток.

Будем считать, что спираль намотана проводом, имеющим диаметр $d_w = 1$ мм. Тогда эффективную площадь витка можно вычислить так:

$$s_w = \pi d_w \delta, \quad (34)$$

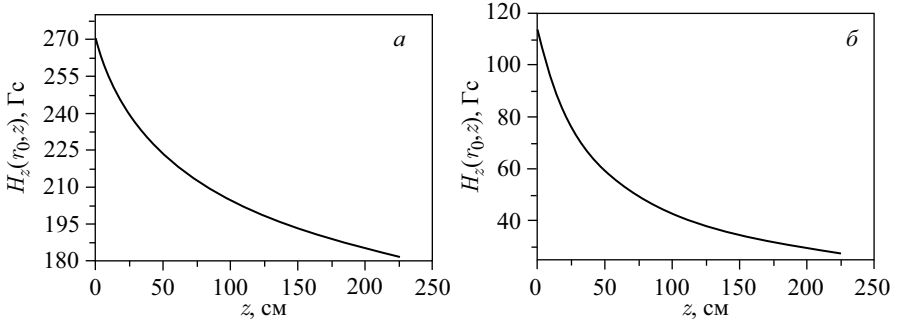


Рис. 13. Распределение компоненты H_z магнитного поля на поверхности спирали: с внутренней стороны (H_{z1}) (а) и снаружи (H_{z2}) (б) — в зависимости от ее длины во второй части ускорителя

где $\delta = c/2\pi(\sigma f_1)^{1/2}$ — глубина скин-слоя для меди, $\sigma = 5,4 \cdot 10^{17} \text{ c}^{-1}$ — проводимость меди в системе CGS. Подставляя цифры в выражение для δ , находим $\delta = 3 \cdot 10^{10}/6,28(5,4 \cdot 10^{17} \cdot 2,6 \cdot 10^8)^{1/2} = 4 \text{ мкм}$. Эффективная площадь витка $s_w = \pi d_w \delta = 3,14 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$.

Сопротивление одного витка

$$R_c = 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot 6,28/1,2 \cdot 10^{-5} = 0,09 \text{ Ом.}$$

Потери мощности на единицу длины спирали

$$P_{\text{att}} = I_{\Psi}^2 R/2 = (H_{z1} + H_{z2})^2 \rho r_0 / (1,6n \cos^2 \Psi d_w \delta). \quad (35)$$

На рис. 13 представлены графики распределения компоненты H_z магнитного поля изнутри (H_{z1}) и снаружи (H_{z2}) спирали в зависимости от ее длины для второй части ускорителя.

Расчет для поля $H_{z1} + H_{z2} = 300 \text{ Гс}$ позволяет определить потери высокочастотной мощности $P_{\text{att}} = 100 \text{ Вт/см}$.

5.3. Передача высокочастотной мощности в пучок во второй части ускорителя. Для второй части ускорителя можно вычислить энергию, передаваемую в пучок: $\varepsilon = 4,2 \text{ МэВ} \cdot 0,7 \text{ А} = 3 \text{ МВт}$. Это означает, что вводимая во вторую часть ускорителя мощность должна составить $P_2 = 4 \text{ МВт}$.

Мощность, передаваемая в пучок во второй части ускорителя, $P_{b2} \approx 3 \text{ МВт}$ на длине ускорения $\approx 2 \text{ м}$ означает передачу мощности в пучок $P_{b2} = 15 \text{ кВт/см}$, что значительно превышает потери высокочастотной мощности $P_{\text{att}} = 100 \text{ Вт/см}$, связанные с загужением.

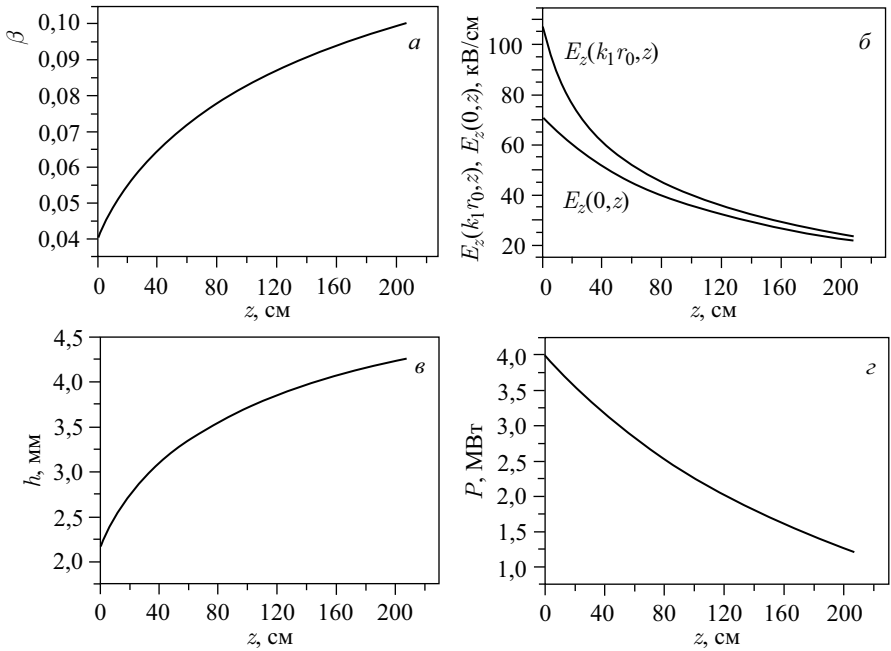


Рис. 14. Зависимость относительной фазовой скорости (а), напряженности электрического поля (б), шага намотки спирали (в) и уменьшения высокочастотной мощности (г) от длины ускорения

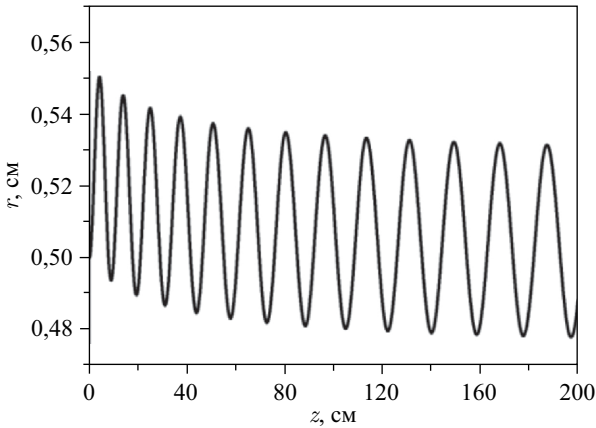


Рис. 15. Зависимость отклонения протонов от оси пучка во второй части ускорителя. Начальное отклонение $r_b = 0,5$ см, протон находится в синхронной фазе

Таблица 3. Параметры второй части ускорителя

Параметр	Значение
Начальная энергия, кэВ	800
Ток сгруппированного пучка, А	0,7
Частота ускорения f , МГц	260
Напряженность фокусирующего магнитного поля H , Тл	10
Средняя напряженность электрического поля E_0 , МВ/м	2,5
Косинус синхронной фазы $\cos \varphi_s$	0,5
Высокочастотная мощность P , МВт	4
Длина ускорения z , м	2

На рис. 14 показаны зависимости увеличения относительной фазовой скорости β , напряженности электрического поля $E_z(k_1 r_0, z)$, $E_z(0, z)$, шага намотки спирали h и уменьшения высокочастотной мощности P от длины ускорения.

Видно, что при такой введенной мощности, $P_2 = 4$ МВт, длина ускорения от начальной энергии $\varepsilon_{in2} = 800$ кэВ до конечной $\varepsilon_{fin2} = 5$ МэВ составляет $L_{acc2} = 2$ м.

5.4. Радиальное движение протонов во второй части ускорителя. Во второй части ускорителя, так же как и в первой, фокусировку пучка протонов в радиальном направлении предполагается осуществлять продольным магнитным полем с напряженностью $H = 10$ Тл. На рис. 15 приведена зависимость отклонения протонов от оси пучка во второй части ускорителя.

В табл. 3 представлены основные параметры второй части ускорителя.

6. ТРЕТЬЯ ЧАСТЬ УСКОРИТЕЛЯ

В третьей части ускорителя радиус спирали оставим тем же: $r_0 = 1$ см. Выберем синхронную фазу $\varphi_{s3} = 60^\circ$, $\cos \varphi_{s3} = 1/2$. Частоту ускорения выберем в 6 раз больше, чем в первой части: $f_3 = 780$ МГц. На рис. 16 показано распределение частиц на входе в третью часть ускорителя.

Распределение построено для случая, когда можно не учитывать влияние пучка на высокочастотное поле. Синхронная фаза φ_s выбрана равной 60° . Из результатов, представленных на рис. 16, видно, что потери интенсивности пучка при переходе из второй секции в третью составляют 30%. Так, если во второй секции ускорилось 15 частиц, то внутрь сепаратрисы в третьей части попало только 10 частиц.

Положение этих частиц на фазовой плоскости на выходе из третьей секции показано на рис. 17. Из результатов расчетов, представленных на рис. 17, видно, что все 10 частиц достигли конечной энергии $\varepsilon = 80$ МэВ.

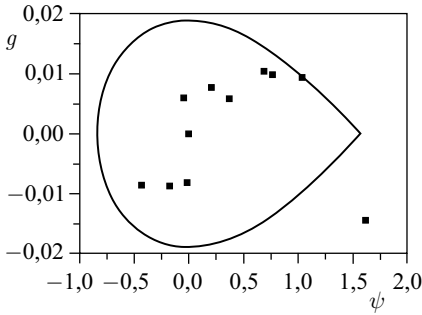


Рис. 16. Распределение протонов, ускоренных во второй части ускорителя, на фазовой плоскости, на входе в третью часть ускорителя

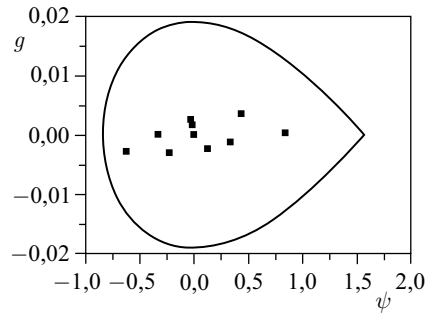


Рис. 17. Распределение частиц на фазовой плоскости после их ускорения в третьей части ускорителя

6.1. Затухание высокочастотной мощности в третьей части ускорителя.

На рис. 18 даны распределения компоненты H_z магнитного поля внутри (H_{z1}) и снаружи (H_{z2}) спирали в зависимости от ее длины для третьей части ускорителя.

Потери мощности на нагрев спирали в третьей части ускорителя намного меньше, чем во второй. Это связано с меньшим магнитным полем H_{z1} , H_{z2} внутри и снаружи спирали и с большим шагом намотки спирали во второй части ускорителя по сравнению с первой частью.

Потери высокочастотной мощности в результате омического нагрева спирали много меньше, чем уменьшение мощности, передаваемой от высокочастотного поля в пучок. Эти омические потери можно значительно уменьшить, если наматывать спираль не проводом с цилиндрическим сечением, а широ-

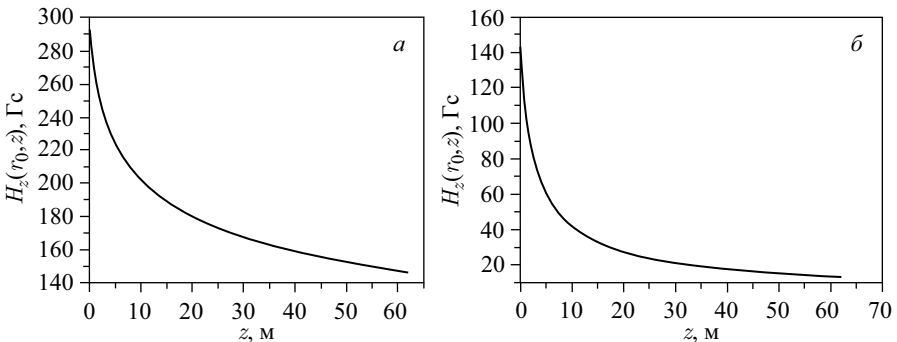


Рис. 18. Распределение компоненты H_z магнитного поля на поверхности спирали с внутренней стороны (H_{z1}) (а) и снаружи (H_{z2}) (б) в зависимости от ее длины

кой лентой. Толщина ленты может быть выбрана равной удвоенной глубине скин-слоя, т. е. $h_b = 8$ мкм. Ширина ленты w_b при этом может быть много больше диаметра провода d_w , который в нашем случае выбран равным 0,1 см, и может быть выбрана равной 0,6 см, а чтобы исключить межвитковый пробой, ленту надо располагать широкой стороной по радиусу. Это позволит уменьшить потери высокочастотной мощности в 4 раза.

6.2. Кулоновское расталкивание протонов в продольном направлении в третьей части ускорителя. Рассмотрим продольное движение протонов в третьей части ускорителя. Параметры ускорения: $f_3 = 780$ МГц, $\omega_3 = 4,9 \cdot 10^9$ рад/с, $\omega_3^2 = 2,4 \cdot 10^{19}$ (рад/с)², $\lambda_0 = 0,38$ м, $E_0 = 3$ МВ/м, $\varphi_s = 60^\circ$, $\cos \varphi_s = 0,5$, $\sin \varphi_s = 0,87$.

Тогда выражение в числителе формулы (14) $eE_0\lambda_0 \sin \varphi_s = 10^6$ эВ, а в знаменателе — $2\pi mc^2\beta_s = 6,28 \cdot 10^8$ эВ. Квадрат частоты фазовых колебаний для третьей части ускорителя $\Omega_{\text{ph3}}^2 = 3,8 \cdot 10^{16}$ (рад/с)².

Продольный полуразмер сгустка для этой части ускорителя $\Delta z' = 3\varphi_s\lambda_0\beta/4\pi = 0,95$ см. Объем сгустка $V = (4/3)\pi r_b^2\Delta z' = 0,95$ см³. Плотность протонов в сгустке $n = N/V = 3,5 \cdot 10^{10}$ п/см³. Определим значение (формула (20)): $l_1 = (1 - r_b^2/\Delta z'^2)^{1/2} = 0,86$, а $l_1^2 = 0,74$ и $l_1^3 = 0,636$. После вычислений по довольно громоздким формулам получим, что $(1 - l_1^2)/2l_1^3 = 0,2$, выражение $\{\ln[(1+l_1/1-l_1)] - 2l_1\} = \{\ln 13,3 - 1,72\} = \{2,565 - 1,72\} = 0,84$. И, наконец, коэффициент формы $\xi = 0,17$ и квадрат кулоновской частоты

$$\omega_C^2 = 4\pi e^2 n \xi / m = 1,1 \cdot 10^{16} \text{ (рад/с)}^2.$$

Видно, что в третьей части ускорителя квадрат кулоновской частоты $\omega_C^2 = 1,1 \cdot 10^{16}$ (рад/с)² много меньше квадрата частоты фазовых колебаний $\Omega_{\text{ph3}}^2 = 3,8 \cdot 10^{16}$ (рад/с)².

6.3. Передача высокочастотной мощности в пучок в третьей части ускорителя. Распределение амплитуды электрического поля по длине ускорителя без учета передачи мощности в пучок для $\varphi_s = 60^\circ$ приведено на рис. 19.

Из анализа распределения амплитуды электрического поля, представленного на рис. 19, видно, что эффективность ускорения в третьей части ускорителя быстро уменьшается в зависимости от длины ускорения. Уже на первых 10 м ускорения амплитуда напряженности электрического поля уменьшается с 34 до 24 кВ/см. Если вычислить мощность ускоренного пучка, то она окажется $W_{\text{acc}} = 80 \text{ МэВ} \cdot 0,7 \text{ А} = 56 \text{ МВт}$, что значительно превышает вводимую мощность в третью часть ускорителя.

Решение этой проблемы видится в том, чтобы разбить третью часть ускорителя на отдельные секции. В каждую секцию должна вводиться высокочастотная мощность от отдельного генератора. После падения напряженности поля в секции до некоторого значения оставшаяся высокочастотная мощность

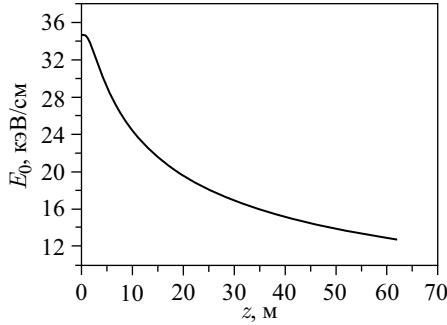


Рис. 19. Распределение напряженности электрического поля в третьей части ускорителя. Вводимая мощность $P = 3$ МВт, влияние пучка на вводимую мощность не учитывалось

должна подаваться в согласованную нагрузку, а в следующую секцию ускорителя должна вводиться высокочастотная мощность от другого генератора.

Пусть длина каждой секции $L_{\text{accIII}} = 7$ м. Приобретенная в секции энергия тогда составит $1,5 \text{ МэВ/м} \cdot 7 \text{ м} = 10,5 \text{ МэВ}$. Требуемая мощность для такой передачи должна составлять $P_{\text{III}} = 10,5 \text{ МэВ} \cdot 0,7 \text{ А} = 7 \text{ МВт}$. Таким образом, в первую секцию третьей части ускорителя надо вводить высокочастотную мощность $P_{31} = 8 \text{ МВт}$.

Из распределения амплитуды напряженности электрического поля E_0 вдоль третьей части ускорителя видно, что она довольно быстро уменьшается с ростом расстояния, отсчитываемого от начала секции. Это опасно прежде всего потому, что вместе с уменьшением амплитуды электрического поля уменьшается и глубина высокочастотной ямы, удерживающей протоны в продольном направлении. Уменьшение амплитуды поля будет приводить также к уменьшению темпа набора энергии при ускорении.

Чтобы избежать уменьшения амплитуды высокочастотного поля, в секции третьей части ускорителя надо вводить дополнительную высокочастотную мощность, примерно пропорциональную скорости протонов. Так, после первой секции третьей части ускорителя протоны будут иметь энергию около 12 МэВ, их относительная скорость увеличится до $\beta = 0,15$. Поэтому для создания амплитуды напряженности электрического поля $E_0 = 3 \text{ МВ/м}$ потребуется ввести высокочастотную мощность, в полтора раза большую, чем в первую секцию ускорителя. Итак, требуется ввести мощность 4,5 МВт, и еще 5 МВт будет передано в пучок. В результате суммарная высокочастотная мощность, которую надо ввести во вторую секцию третьей части ускорителя, должна составить $P_{32} = 9,5 \text{ МВт}$.

В дальнейшем в каждую следующую секцию надо будет вводить высокочастотную мощность, часть которой пойдет на создание электрического

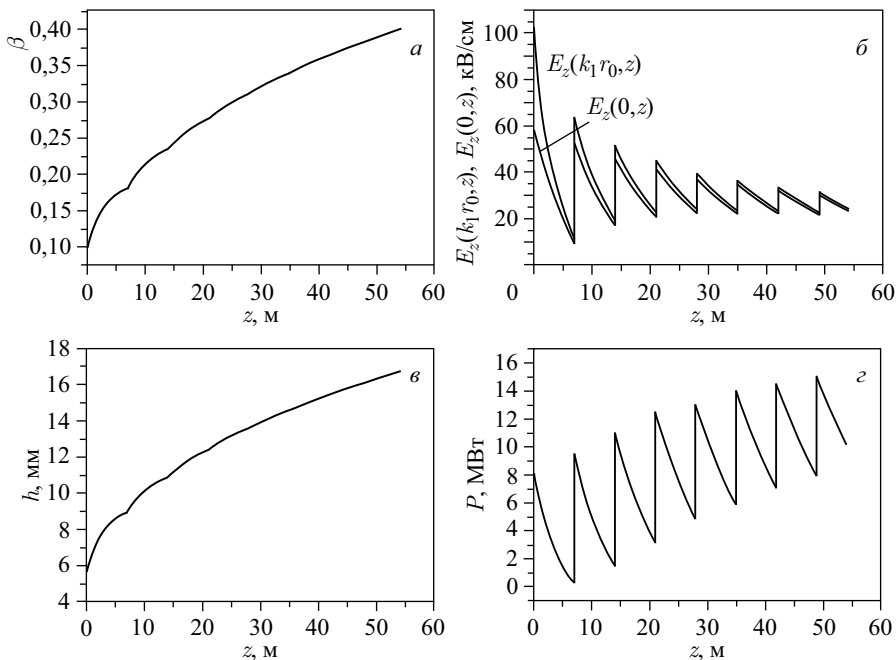


Рис. 20. Распределения фазовой скорости, напряженности электрического поля, шага намотки спирали и высокочастотной мощности вдоль третьей части ускорителя

поля с напряженностью $E_0 = 3$ МВ/м. Требуемая мощность будет возрастать примерно как относительная скорость протонов β .

В частности, после второй секции третьей части ускорителя энергия протонов будет $\varepsilon \approx 20$ МэВ, скорость протонов будет $\beta \approx 0,2$, поэтому мощность, расходуемую на создание поля, надо увеличить в 2 раза. Мощность, передаваемая в пучок, останется неизменной — 5 МВт. В итоге мощность, которую требуется ввести в третью секцию третьей части ускорителя, P_{33} будет равна 11 МВт.

В случае если ускорительные секции имеют одинаковую длину, например $L_{\text{accIII}} = 7$ м, введенная в секцию мощность может использоваться не полностью. На рис. 20 показаны соответствующие распределения фазовой скорости, напряженности электрического поля, шага намотки спирали и уменьшения мощности вдоль третьей части ускорителя.

В результате после ускорения в 8 секциях третьей части ускорителя протоны наберут энергию $\varepsilon = 80$ МэВ и их относительная скорость β достигнет 0,4. Длина этой части ускорителя будет $L_{\text{accIII}} = 7 \text{ м} \cdot 8 = 56$ м. В этом слу-

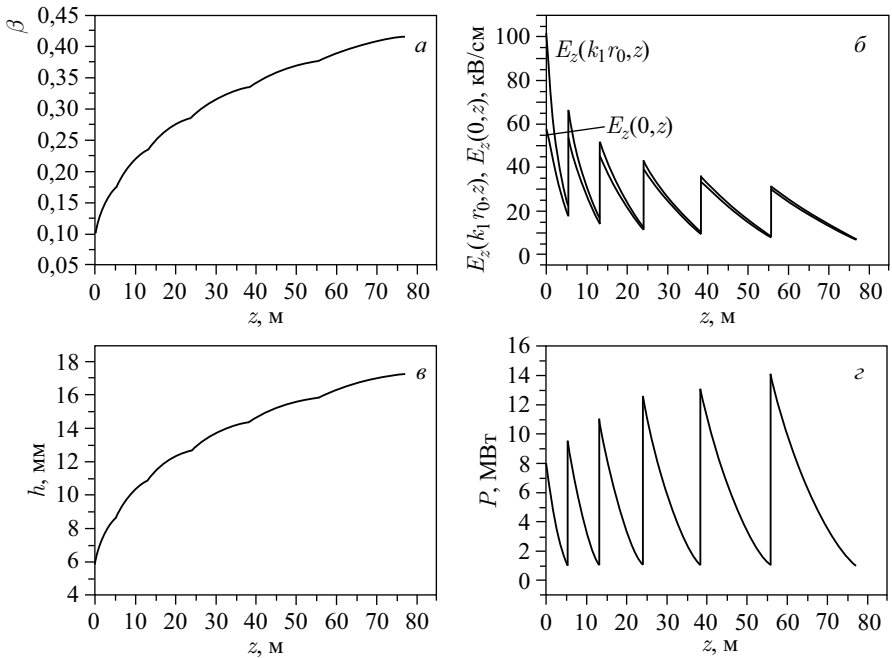


Рис. 21. Зависимости увеличения фазовой скорости, распределения напряженности электрического поля, шага намотки спирали и высокочастотной мощности от длины ускорения

чае в секциях остается довольно-таки большая неиспользованная мощность, которую надо выводить в согласованную нагрузку.

Возможен другой подбор параметров. В этом случае длины секций выбираются такими, чтобы после передачи энергии в пучок в секциях оставалась мощность $P = 1$ МВт. Соответствующие распределения β , $E_z(k_1 r_0, z)$, $E_z(0, z)$, h и P показаны на рис. 21.

Видно, что для достижения энергии $\varepsilon = 80$ МэВ требуется длина ускорения $L_{\text{acc}3} = 80$ м.

6.4. Радиальное движение протонов в третьей части ускорителя. В

третьей части ускорителя фокусировку протонного пучка по радиусу также предполагается осуществлять продольным магнитным полем с напряженностью $H = 10$ Тл. На рис. 22 представлена зависимость радиального отклонения протона, имеющего начальную координату $r_b = 0,5$ см и находящегося в синхронной фазе поля волны, от длины ускорения.

В табл. 4 приведены параметры третьей части ускорителя.

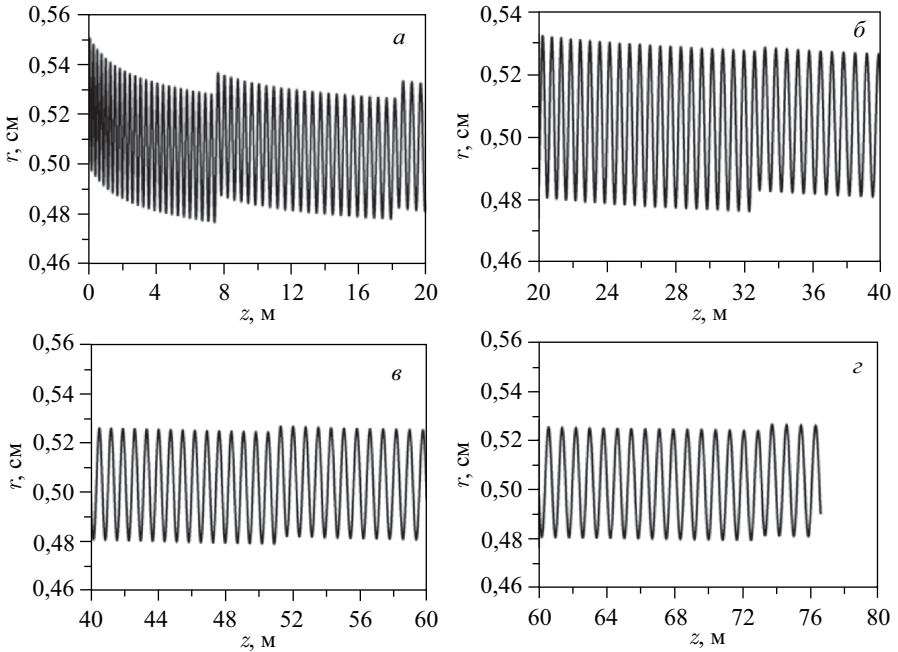


Рис. 22. Зависимость радиального отклонения протона от оси системы в третьей части ускорителя от длины ускорения. Начальное отклонение протона $r_b = 0,5$ см, протон находится в синхронной фазе

Таблица 4. Параметры третьей части ускорителя

Параметр	Значение
Начальная энергия протонов, МэВ	5
Ток сгруппированного пучка, А	0,7
Частота ускорения f , МГц	780
Напряженность фокусирующего магнитного поля H , Тл	10
Средняя напряженность электрического поля E_0 , МВ/м	3
Косинус синхронной фазы $\cos \varphi_s$	0,5
Высокочастотная мощность P , МВт	8,9,5... 15
Длина ускорения z , м	60

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из вышеизложенного можно сделать вывод о том, что в спиральном волноводе возможно ускорение протонного пучка с током $I_b = 0,7$ А. Ускоритель должен состоять из нескольких частей. Энергия инжекции в первую

часть ускорителя должна составлять 50 кэВ, на длине 1,4 м протоны будут ускорены до энергии 0,8 МэВ. Во второй части ускорителя, имеющей длину 2 м, протоны будут ускорены до энергии 5 МэВ. Третья часть ускорителя должна состоять из восьми секций длиной 7 м каждая. Протоны, пройдя эту часть ускорителя, достигнут энергии 80 МэВ. Удержание протонов в радиальном направлении должно осуществляться соленоидальным магнитным полем напряженностью $H = 10$ Тл.

Импульсный ток предлагаемого ускорителя, $I_b = 0,7$ А, значительно превосходит токи известных сильноточных линейных протонных ускорителей.

ЛИТЕРАТУРА

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/ИБР_2
2. Доля С. Н. Многопучковый протонный ускоритель. Сообщение ОИЯИ Р9-2015-90. Дубна, 2015.
<http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1509/1509.04158.pdf>.
3. https://en.wikipedia.org/wiki/European_Spallation_Source
4. https://www.researchgate.net/publication/287285991Proton_LINAC_Using_Spiral_Waveguide_with_Finite_Energy_of_80_MeV
5. Muller W., Rembser J. Reflections on Construction of a Linear Accelerator for Protons // Nucl. Instr. Meth. 1959. V. 4, iss. 4. P. 202–212.
6. Капчинский И. М. Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. М.: Атомиздат, 1966.
7. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б. Медленные электромагнитные волны // УФН. 1951. Т. 44, вып. 7. С. 322; <http://ufn.ru/ru/articles/1951/7/a/>.
8. Доля С. Н., Решетникова К. А. Линейный ускоритель ионов C^{+6} — инжектор синхротрона, предназначенного для адронной терапии. Сообщение ОИЯИ Р9-2011-82. Дубна, 2011.
<https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1307/1307.6302.pdf>.
9. Ахиезер А. И., Любарский Г. Я., Паргаманик Л. Е., Файнберг Я. Б. Предварительная группировка и динамика протонного пучка в линейном ускорителе. М.: Госатомиздат, 1962.
10. Каретников Д. В. и др. Линейные ускорители ионов. М.: Госатомиздат, 1962.

Получено 17 марта 2017 г.

Редактор *А. И. Петровская*

Подписано в печать 04.07.2017.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,94. Уч.-изд. л. 2,39. Тираж 180 экз. Заказ № 59154.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/