

АНАЛИЗ ТРЕКОВ РОЖДАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ $BM@N$ УСКОРИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА NICA В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФРАКТАЛЬНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

*Н. Н. Войтишин¹, С. А. Михеев²,
В. П. Цветков², И. В. Цветков^{2,*}*

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

² Тверской государственный университет, Тверь, Россия

После компьютерной обработки моделированных данных эксперимента $BM@N$ проведен анализ треков рождающихся частиц в рамках математической модели фрактальной термодинамики.

The paper provides an analysis of the tracks of emerging particles in the mathematical model of fractal thermodynamics after the computer processing of simulated data from the $BM@N$ experiment.

PACS: 89.20.Ff; 07.05.Tp

ВВЕДЕНИЕ

Эксперимент $BM@N$ (Baryonic Matter at Nuclotron) является первым действующим экспериментом в рамках мегасайенс-проекта NICA в Объединенном институте ядерных исследований [1]. Целью эксперимента является изучение взаимодействий пучков тяжелых ионов (вплоть до Au) с фиксированными мишенями в диапазоне энергии 2,3–3,5 ГэВ/нуклон.

Использованные в работе данные основаны на результатах моделирования взаимодействия пучка ядер ксенона с энергией 2,7 ГэВ/нуклон с цезиевой мишенью в рамках эксперимента $BM@N$. Используемая для этого модель предполагает рождение множества вторичных частиц: π , μ , p , n , γ , e , d , α , K и др. После компьютерной обработки откликов от используемых в эксперименте детекторов получен ряд снимков треков рождающихся частиц [2]. Один из них представлен на рис. 1.

Основная задача этой работы — выявление фрактальных свойств множества треков от рожденных частиц в рамках эксперимента $BM@N$,

* E-mail: tsvetkov.iv@tversu.ru

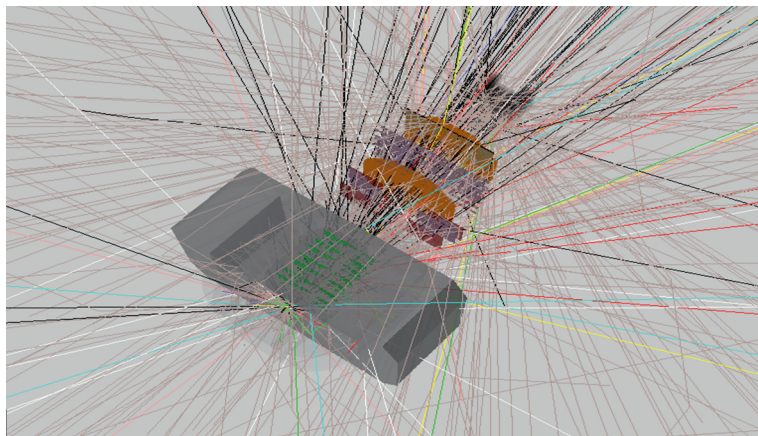


Рис. 1. Компьютерная реконструкция треков частиц, рождающихся в результате взаимодействия пучка тяжелых ионов ксенона с цезиевой мишенью

в котором взаимодействует пучок тяжелых ядер ксенона с цезиевой мишенью.

АНАЛИЗ ТРЕКОВ РОЖДАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ

Для выработки критерия отклонения исследуемого множества треков от фракталов сформулируем конструктивное определение фрактальных множеств (фракталов), которое базируется на их основных свойствах [3].

Фракталы — это множества, которые, будучи вложенными в n -мерное евклидово пространство, могут быть покрыты элементарными фигурами этого пространства со степенной зависимостью их числа N от размеров сторон h этих фигур.

Отсюда следуют два соотношения:

$$N(h) = \Gamma h^{-D} \quad (1)$$

или

$$\log N(h) = \log \Gamma - D \log h, \quad (2)$$

где D — фрактальная размерность фрактального множества; Γ — его D -мерный (фрактальный) объем. Это следует из соотношения (1), которое можно представить в виде

$$\Gamma = N(h)h^D. \quad (3)$$

Исследуемое множество считается фракталом, если выполнено условие $D < n$, т. е. фрактальная размерность строго меньше топологической.

Определение фрактальной размерности осуществляли с использованием модульной программы анализа графических данных Gwyddion [4].

С помощью этой программы были обработаны четыре изображения (рисунок) и вычислены значения степеней относительного уклонения множества треков от фракталов δ .

Соотношения (1) и (2) позволяют составить следующий алгоритм вычисления фрактальной размерности исследуемых изображений.

Возьмем последовательность значений h_k , $k = 1, \dots, K$, и построим множество элементарных кубиков со сторонами h_k , покрывающими исследуемое множество. Значения h_k представим в единицах разрешения рисунка. В программе Gwyddion использована последовательность $h_k = 10^{0,693147k}$, $k = 0, \dots, 9$. Число полученных кубиков обозначим как N_k . Аппроксимируя зависимость N_k от h_k степенной функцией $N(h)$, найдем значения фрактальных параметров D, Γ . В дважды логарифмических координатах $\log N(h)$ и $\log h$ для близких к фрактальным объектам степенная функция будет линейной.

Величина δ рассчитывалась по формуле

$$\delta = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} \frac{|\log N_k - \log \Gamma + D \log h_k|}{\log N_k}. \quad (4)$$

Она составила, соответственно, $\delta_1 = 0,01738$, $\delta_2 = 0,01574$, $\delta_3 = 0,01862$, $\delta_4 = 0,01574$, т.е. менее 2%. Поскольку все значения δ оказались достаточно малыми, то структура множества треков рождающихся частиц близка к фрактальной.

Для всех четырех рисунков рассчитаны параметры состояния фрактальной термодинамики [4] множества треков рождающихся частиц D, S_f, T_f :

$$S_f = \ln \Gamma, \quad T_f = 273 \left(\frac{1}{3-D} - \frac{1}{3} \right). \quad (5)$$

Значения этих параметров приведены в таблице.

Параметры состояния фрактальной термодинамики

Номер рисунка	D	T_f	S_f
1	2,517	474,2168442	40,931
2	2,506	461,631148	40,802
3	2,511	467,2823801	40,907
4	2,488	442,2033067	40,641

На основе данных таблицы построена диаграмма фрактальных состояний $S_f(T_f)$, которая показана на рис. 2.

Поскольку фрактальные параметры Γ и D связаны соотношением (1), то между фрактальной энтропией S_f и фрактальной температурой T_f должна быть функциональная зависимость, отражающая структуру множества треков, описываемого данным фракталом. Характер этой зависимости и определяет фрактальное уравнение состояния (ФУС). В связи

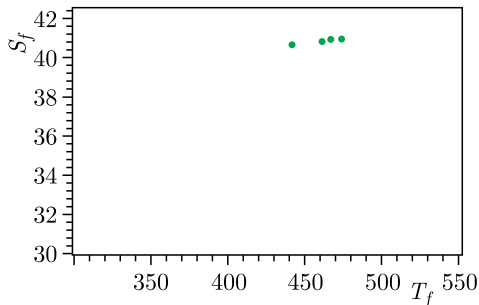


Рис. 2. Диаграмма фрактальных состояний $S_f(T_f)$

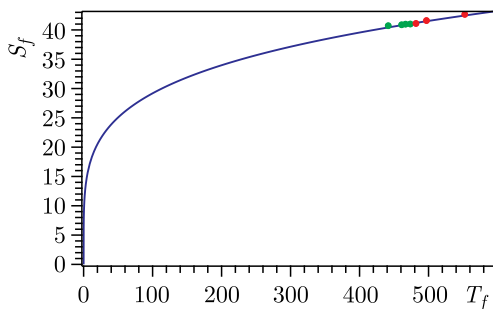


Рис. 3 (цветной в электронной версии). Диаграмма фрактальных состояний $S_f(T_f)$ множества треков рождающихся частиц. Зеленые точки — данные эксперимента VM@N; красные — результаты экспериментов на LHC

с тем, что $S_f = 0$ при $T_f = 0$, конкретный вид ФУС выберем в виде степенной функции:

$$S_f = AT_f^\gamma. \tag{6}$$

Величину показателя степени γ будем называть индексом ФУС, а коэффициент A — предстепенным множителем.

Проведенные нами расчеты дают следующие значения: $A = 10,631$, $\gamma = 0,219$.

Чтобы выявить область применимости построенной нами математической модели фрактальной термодинамики для исследования треков рождающихся частиц в экспериментах, не только NICA, но и в экспериментах с существенной большей энергией сталкивающихся тяжелых ионов, проведем анализ данных трех экспериментов на ускорителе LHC в рамках развиваемого нами подхода:

1) рождение частиц при столкновении протона и иона свинца, зарегистрированное в эксперименте ALICE 13 сентября 2012 г. в системе центра масс, энергия на сталкивающуюся пару нуклон–нуклон составляла 5,02 ТэВ;

2) рождение «адских снежков» в столкновениях ядер свинца, разогнанных на ускорителе ЛНС до энергии 2,76 ТэВ;

3) рождение частиц при столкновении ионов свинца при энергии в системе центра масс 2,76 ТэВ на пару нуклонов.

Вычислив параметры состояния фрактальной термодинамики для данных этих трех экспериментов, представим их на рис.3 совместно с предыдущими данными эксперимента $BM@N$ при тех же значениях параметров ФУС: $A = 10,631$, $\gamma = 0,219$.

Как видно из рис.3, имеется хорошее согласие данных, полученных совместно в экспериментах $BM@N$ и на ускорителе ЛНС, в рамках развиваемой нами математической модели фрактальной термодинамики в широком диапазоне энергии пучков тяжелых ионов: от 2,7 ГэВ/нуклон до 2,51 ТэВ/нуклон.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После компьютерной обработки данных использованных в эксперименте $BM@N$ детекторов проведен анализ треков рождающихся частиц в математической модели фрактальной термодинамики. Показано, что имеется хорошее согласие данных, полученных в экспериментах $BM@N$ и на ускорителе ЛНС в широком диапазоне энергии пучков тяжелых ионов (от 2,7 ГэВ/нуклон до 2,51 ТэВ/нуклон), и результатов анализа в рамках математической модели фрактальной термодинамики [3].

Авторы выражают глубокую благодарность В.П. Маслову за поддержку как разработки теоретических основ модели фрактальной термодинамики, так и ее применения для исследования фрактальных свойств конкретных физических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кекелидзе В. Д.* Столкновение тяжелых ионов: предельные барионные плотности // ЭЧАЯ. 2018. Т. 49. С. 457–472.
2. *Войтишин Н. Н.* Методы и комплексы программ для реконструкции траекторий заряженных частиц в экспериментах $BM@N$ и CMS. Дис.... канд. физ.-мат. наук. ОИЯИ. Дубна, 2023.
3. *Paramonova E. K., Kudinov A. N., Mikheev S. A., Tsvetkov V. P., Tsvetkov I. V.* Fractal Thermodynamics, Big Data and Its 3D Visualization // CEUR-WS Nuclei. 2021. V. 3041. P. 38–42.
4. Gwyddion Software Package. <http://gwyddion.net/> (accessed 29.01.2023).