

**Методы вычислительной физики для  
исследования сложных систем (06-6-1119-2-2024/2026)  
(Годовой отчет 2024)**

**Руководители темы:** Земляная Е. В., Чулуунбаатар О.

**Заместители:** Калиновский Ю. Л., Хведелидзе А.

**Участвующие лаборатории ОИЯИ:** ЛИТ, ЛФВЭ, ЛТФ, ЛНФ, ЛЯП, ЛРБ

**Участвующие страны и международные организации:** Армения, Беларусь,  
Болгария, Грузия, Египет, Китай, Мексика, Монголия, Россия, ЮАР

На основе результатов исследований в области прикладной математики и вычислительной физики опубликованы три монографии. Монография [1] посвящена разработанным итерационным методам, алгоритмам и программам для решения систем уравнений различных типов с использованием метода конечных разностей и метода конечных элементов (МКЭ) высокого порядка. Монография [2] посвящена разработанным итерационным методам и алгоритмам решения систем нелинейных уравнений на основе непрерывного аналога метода Ньютона. В монографии [3] рассматриваются основные понятия, общие приемы и методы работы с матрицами, включая вычисление определителей различных порядков.

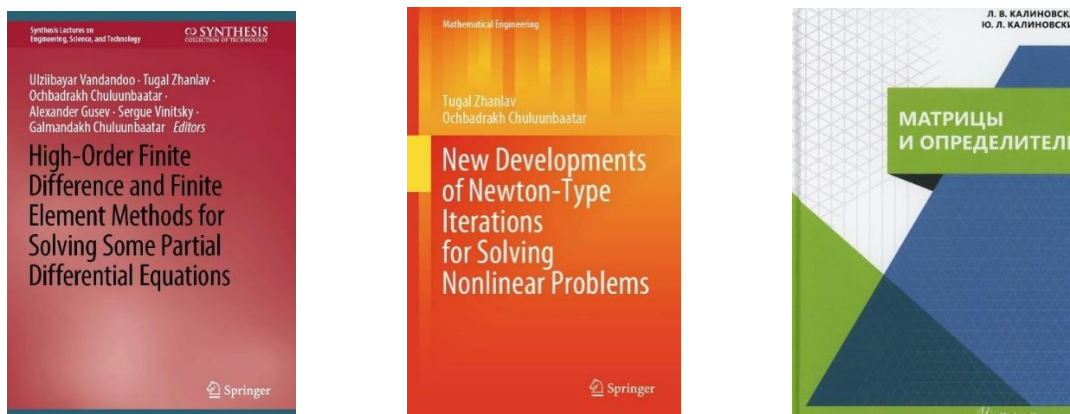


Рис. 1 Опубликованные в 2024 году монографии [1-3]

Для описания коллективной квадрупольной модели атомного ядра и расчета ротационно-вибрационных спектров и вероятностей квадрупольных переходов разработана программа GCMFEM решения краевых задач для системы двумерных эллиптических дифференциальных уравнений со смешанными производными [4,5]. Для изотопов  $^{190}\text{Os}$  и  $^{154}\text{Gd}$  полученные результаты согласуются с экспериментальными данными.

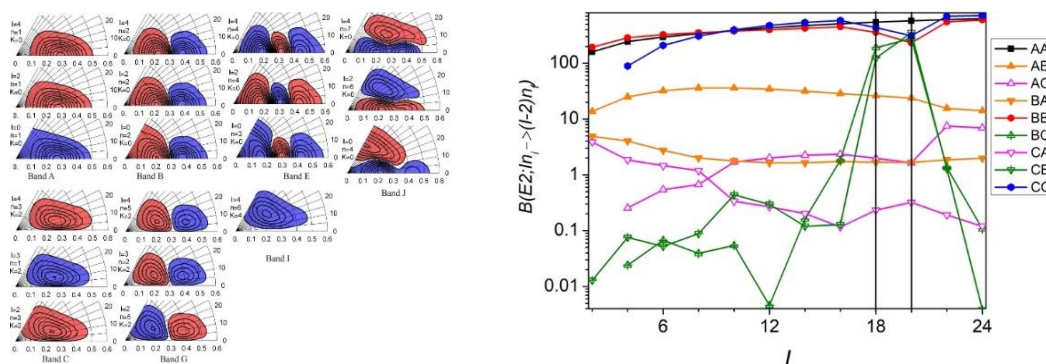


Рис.2. Полученные в [5] лидирующие компоненты собственных функций коллективной модели атомного ядра  $^{154}\text{Gd}$  (слева) и вычисленные квадрупольные переходы  $B$  между полосами А, В и С в  $^{154}\text{Gd}$  (справа).

В рамках микроскопической модели оптического потенциала проведен анализ данных протон-ядерного рассеяния при энергиях 200-1000 МэВ для разных ядер-мишеней. На этой

основе сделаны оценки влияния ядерной среды на амплитуду рассеяния в зависимости от энергии налетающего протона и атомной массы ядра-мишени [6,7].

Разработан квантово-химический кластерный метод с целью количественного обоснования эффективных спиновых моделей для различных кристаллических структур магнитных оксидов переходных металлов [8]. Метод применим для широких семейств новых магнитных материалов со сложным химическим составом.

Предложен метод экстраполяции пертурбативных разложений по степеням асимптотически малых параметров на область конечных или бесконечных переменных [9,10]. Экстраполяция осуществляется с помощью автомодельных фактор-аппроксимантов. В ряде случаев метод позволяет точно восстановить искомые функции по их асимптотическим разложениям слабой связи.

Проведено исследование модели атомной оптики с холодными бозонами [11]. Показано, что при охлаждении бозонов в ловушках до температур, при которых атомное облако превращается в Бозе-Эйнштейновский конденсат, могут наблюдаться интерференционные паттерны, интерференционный ток, осцилляции Раби, генерация гармоник, параметрические конверсии и другие эффекты.

Проведена модернизация процедуры моделирования реакций фрагментации на основе транспортно-статистического подхода в модели BNV-SMM [12], позволившая сократить время счета и улучшить согласие с экспериментальными данными реакций фрагментации по сравнению с другими известными подходами.

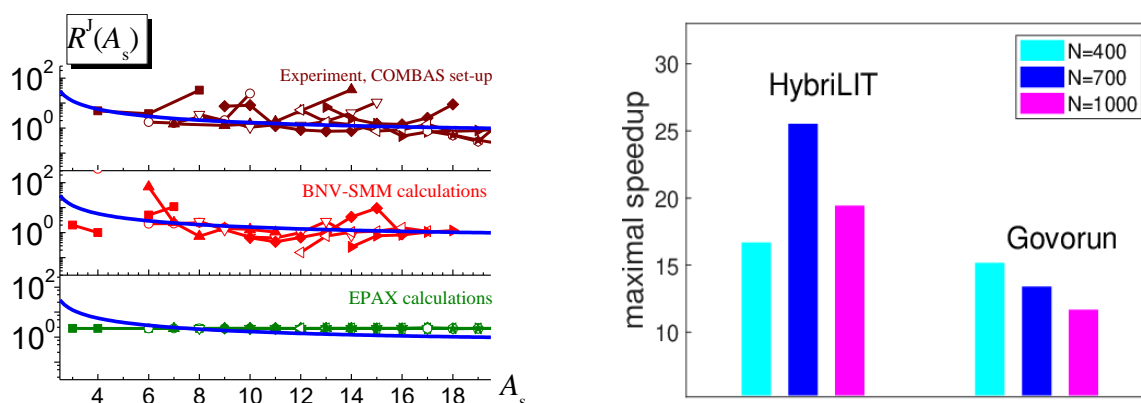


Рис. 3. Слева: рассчитанные в [12] с помощью модифицированной процедуры BNV-SMM (синяя сплошная) значения  $R^J(A_s)=\sigma^J(A_s)_{Ta}/\sigma^J(A_s)_{Be}$  ( $\sigma^J$  – сечение образования изотопа элемента с номером J,  $A_s$  – массовое число вторичного фрагмента) для элементов от He до Ne в реакциях  $^{18}O+^{181}Ta$  и  $^{18}O+^9Be$  при энергии 35 МэВ/нуклон в сравнении с экспериментальными данными и с расчетом в модели EPAX (зеленая кривая). Справа: максимальное ускорение параллельного вычисления множителей Флоке при анализе устойчивости стоячих волн в модели  $\phi^4$  на кластере HybriLIT и суперкомпьютере «Говорун» в зависимости от количества N членов разложения Фурье [13].

В рамках программы сотрудничества с кейптаунским университетом проведено исследование сферически-симметричных периодических по времени стоячих волн модели  $\phi^4$  в шаре конечного

радиуса, рассматриваемых как аппроксимация слабоизлучающих осциллонов [13,14]. Для 3D случая найдены сосуществующие типы стоячих волн, исследована их взаимосвязи, а также зависимость энергии и интервалов устойчивости волн от радиуса и частоты. Расчеты проводились на платформе HybriLIT и суперкомпьютере «Говорун». Определен интервал частот, где вариационный метод обеспечивает точное описание (1+1)-мерного осциллона [15].

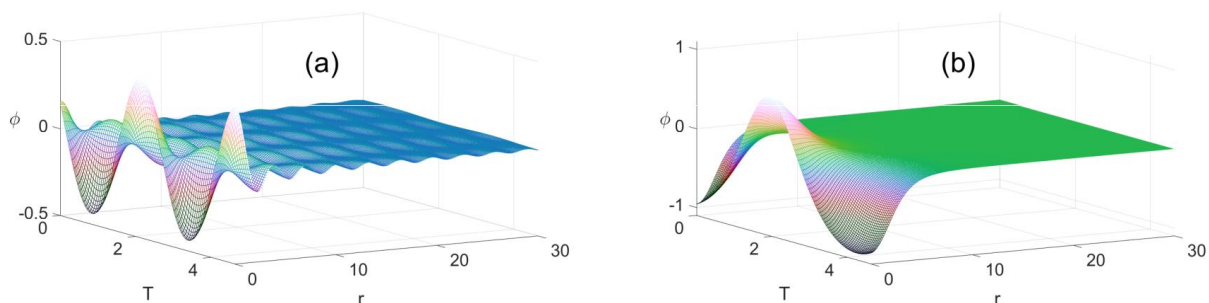


Рис. 4. Полученные в [13,14] сосуществующие сферически-симметричные стоячие волны в модели  $\phi^4$ .

На основе нестационарного уравнения теплопроводности в системе координат, связанной с движущимся фронтом испарения, а также в рамках двух-температурной модели термического пика исследована динамика лазерной абляции материалов под действием ультракоротких лазерных импульсов [16].

Предложен метод уточненного расчета разброса энергетических потерь в кристаллических решетках при облучении тяжелыми ионами с релятивистскими энергиями, который имеет преимущество в точности по сравнению с существующими подходами в случае облучения высоко-зарядными ионами [17].

Методами молекулярной динамики проведено моделирование взаимодействия бета-амилоидного пептида 25-35 с фосфолипидными мембранами DMPC в присутствии в растворе большого количества ионов  $K^+$  и  $Cl^-$ . Полученные результаты позволяют получить информацию о возможных процессах, происходящих при разрушении мембраны в присутствии пептидов [18].

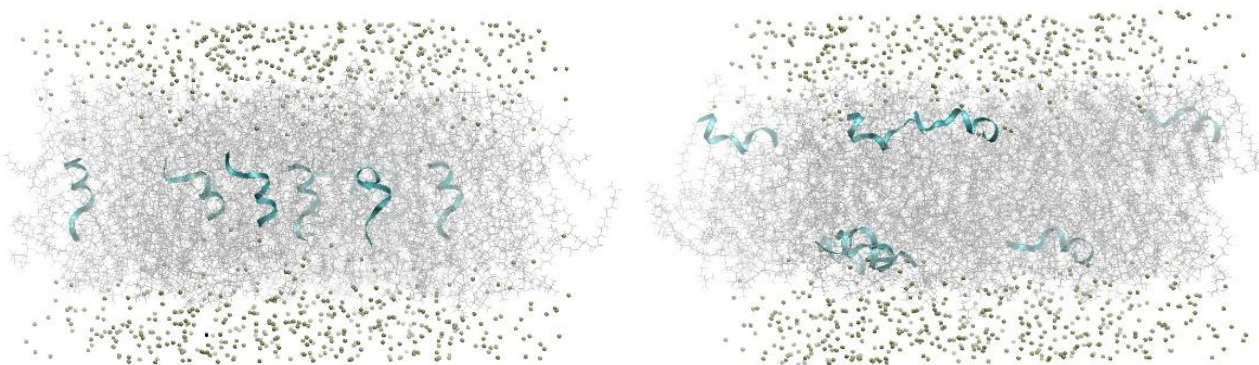


Рис. 5. Локализация пептидов в центре мембраны (слева) и в головных группах бислоя (справа) [18].

Разработанное и развернутое на облачной инфраструктуре веб-приложение FITTER\_WEB адаптировано для исследования структуры фосфолипидных везикулярных систем различного

типа по данным малоуглового рассеяния нейтронов и рентгеновских лучей на основе модели разделенных формфакторов [19].

Проведена модернизация метода моделирования формирования гидратированных электронов в жидкости, позволившая за счет учета кулоновского потенциала расширить диапазон частот сканирующего лазера, для которых результаты расчетов согласуются с экспериментом [20].

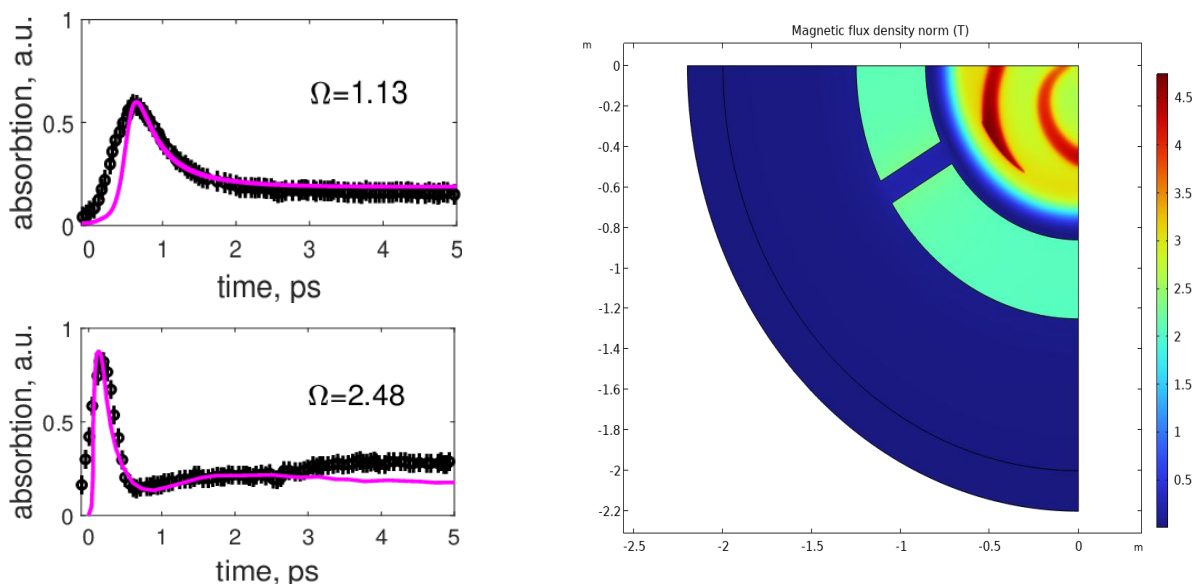


Рис. 6. Слева: формирование гидратированного электрона в воде – сравнение расчета из [20] с экспериментальными данными. Справа: распределение магнитного поля для дипольного магнита, рассчитанное на основе предложенного в [21] подхода.

Предложена комбинированная процедура [21] на основе МКЭ, позволяющая снизить вычислительные затраты без потери точности при решении 3D задач магнитостатики со сложной геометрией и с использованием магнитного векторного потенциала.

Исследован численный интегратор обыкновенных дифференциальных уравнений, основанный на комбинации методов квадратизации динамических систем по Апфельроту и дискретизации по Кахану [22]. Предложенный подход открывает возможность создания разностных схем, алгебраические свойства которых существенно отличаются от свойств исходной динамической системы.

Проведено исследование возможности использования искусственного интеллекта для оптимизации и повышения скорости расчетов при моделировании магнитных полей ускорителей [23]. Проанализированы перспективы использования компьютерного зрения и искусственного интеллекта для оптимизации движения пучка в рамках программы CORD (Closed ORbit Dynamics), реализующей расчеты по влиянию бетатронных колебаний и фазового движения частиц пучка на магнитное поле циклотрона MSC230.

Разработан безматричный метод преобусловленных сопряженных градиентов для решения конечно-элементных систем с аппроксимацией высокого порядка, адаптированный для многоядерных компьютеров [24]. Основное преимущество метода – отсутствие необходимости

хранения 3D разреженной конечно-элементной матрицы, что существенно повышает эффективность вычислений.

В рамках работ созданию сверхпроводящих магнитов для ускорителей заряженных частиц (см. обзор [25], посвященный этому направлению в ОИЯИ) совместно с физиками ЛФВЭ и ЛЯП проводилось моделирование сверхпроводящих обмоток с коаксиальным кабелем – важного элемента современных магнитных систем. На основе 2D и 3D моделирования с варьированием расположения токовых обмоток в магнитной системе выполнена оптимизация характеристик сверхпроводящего дипольного магнита Nuclotron. Разработана компьютерная модель токовой обмотки циклотрона MSC-230 из сверхпроводящего коаксиального кабеля с новым вариантом его намотки. На основе отдельного моделирования девяти сверхпроводящих жил коаксиального кабеля разработана модель обмотки, ориентированная на источник питания с током 0.5 кА.

Разработан алгоритм расчета многомерных интегралов с особенностями типа «полюс» на основе идентификации и обхода особенностей при интегрировании методом Монте-Карло [26].

Для байесовской адаптивной квадратуры с двумя правилами для вычисления одномерных интегралов Римана, критически зависящей от априорных входных данных, предоставляемых пользователем, определены условия, обеспечивающие простой элементарный ввод параметров задачи, которые приводят либо к дереву решений, определяемому одним интервалом, либо к лесу деревьев решений, определяемому набором смежных интервалов [27].

Предложена и реализована схема распараллеливания вычислений для интегрирования трёхмерного нестационарного уравнения Шрёдингера в представлении дискретной переменной. Результаты моделирования демонстрируют значительное сокращение времени вычислений для задач с большим числом сеточных узлов [28].

В рамках космологических моделей Bianchi типа-I и FLRW изучено взаимодействие спинорного и электромагнитного полей и их влияние на эволюцию Вселенной. Для модели Bianchi типа-I установлено, что взаимодействие этих полей смягчает ограничения, возникающие из-за ненулевых недиагональных компонент тензора энергии-импульса [29]. В FLRW-геометрии исследована роль нелинейного спинорного поля при различной кривизне, выявлены ограничения на параметры поля и получены численные решения соответствующих уравнений состояния [30].

Исследован показатель неклассичности состояния в конечномерной квантовой системе, основанный на оценке его удаленности от множества «классических состояний». Показано, что классические состояния определяемые неотрицательностью функции Вигнера, сосредоточены в выпуклом многограннике симплекса собственных значений матрицы плотности состояния [31].

Предложена новая схема факторизации преобразований группы  $SU(4)$  на факторы, позволяющие строить двойной смежный класс, соответствующий левому действию ее подгруппы  $SU(4) \times SU(2)$  и правому действию максимального тора группы  $SU(4)$  [32,33].

Предложен метод, повышающий вычислительную эффективность оценки нелокальных характеристик пары кубитов. В рамках этого подхода подмножество сепарабельных 2-кубитных состояний ранга 4 описывается как полуалгебраическое многообразие, заданное системой полиномиальных неравенств 3го и 4го порядка на собственные значения матрицы плотности с коэффициентами полиномов в виде тригонометрических функций, заданных на прямом произведении двух правильных октаэдров [34].

В рамках обобщенной формулировки квантовой механики Стратоновича – Вейля исследован вопрос дихотомии между элементарной и составной природой конечномерной квантовой системы. Показано, как информация о возможной реализации виртуальной 2-х уровневой подсистемы кодируется в свойствах функции Вигнера полной 4-х уровневой системы [35].

Исследована версия квантового формализма, в котором вместо континуально бесконечных множеств используются конечные (или счетно-бесконечные). Анализ разложений квантовой системы на подсистемы, основанный на структуре конечной циклической группы, показал, что квантовое поведение существенно проявляется только в подсистемах, размерности гильбертовых пространств которых являются степенями простых чисел [36].

Проведено моделирование работы алгоритма квантовой аппроксимации для задачи оптимизации (QAOA) на симуляторе квантовых вычислений Cirq квантового полигона HybriLIT ОИЯИ на примере задачи поиска состояния с наименьшей энергией для модели Изинга с продольным магнитным полем. Расчеты показали, что подключение библиотеки cuStateVec существенно повышает эффективность вычислений [37,38].

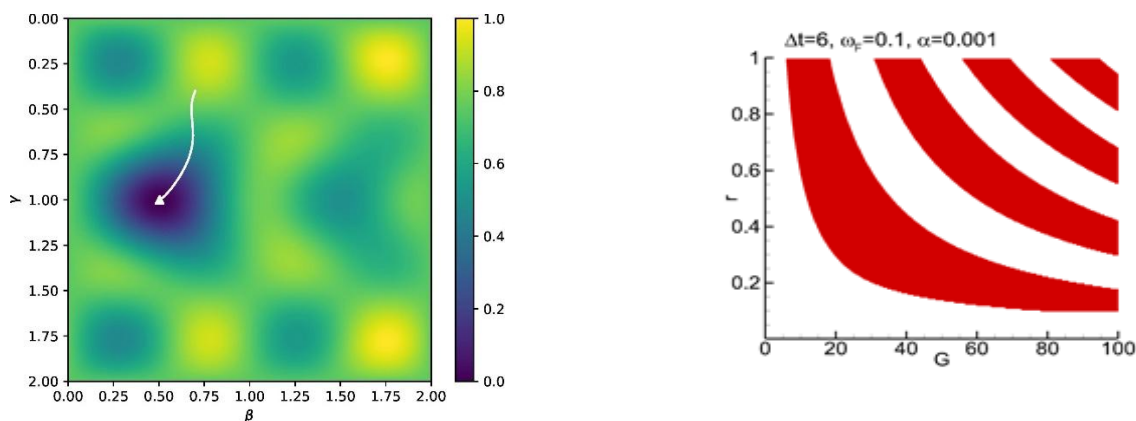


Рис. 7. Слева: зависимость энергии от значений вариационных параметров в модели Изинга с внешним магнитным полем, рассчитанная на квантовом полигоне [37]. Белой стрелкой показана траектория градиентного спуска. Справа: пример рассчитанной в [39] структуры расположения доменов переворота магнитного момента на плоскости параметров модели  $\phi_0$ -перехода «сверхпроводник – ферромагнетик – сверхпроводник» со слабой диссипацией.

Проведено моделирование доменов переворота в модели  $\phi_0$ -перехода «сверхпроводник – ферромагнетик – сверхпроводник» со слабой диссипацией в зависимости от параметров,

регулирующих действие внешнего тока. Параллельная реализация позволила уменьшить время вычислений до 30 раз [39].

Экосистема для моделирования джозефсоновских структур на базе платформы *Jupyter Book* пополнена материалами для исследования динамики сверхпроводящего квантового интерферометра с двумя джозефсоновскими переходами (СКВИД постоянного тока). Разработана вычислительная схема для построения вольт-амперной характеристики СКВИД под действием магнитного поля. Параллельная реализация с использованием библиотеки Numba обеспечила существенное ускорение расчетов [40,41].

Разработан алгоритм поиска устойчивых конфигураций с минимумом энергии для системы одноименно заряженных частиц в двумерной области, позволяющий вычислять значение глобального минимума по энергии с высокой точностью за минимальное по сравнению другими известными подходами время [42]. Разработан новый подход количественного анализа и поиска сигналов фазовых переходов «кристаллическая – гексатическая – жидкая фаза», основанный на многофакторном корреляционном анализе и анализе топологических характеристик устойчивых конфигураций при нулевой температуре и фиксированном числе частиц в системе [43].

Протестированы два метода аппроксимации точек в 3D пространстве набором параллельных плоскостей на основе ортогонального метода наименьших квадратов, с применением в одном из подходов предложенной авторами ньютоновской схемы решения соответствующей нелинейной задачи [44].

### Основные публикации по тематике проекта, подготовленные в 2024г

1. Vandandoo U., Zhanlav T., Chuluunbaatar O., Gusev A., Vinitsky S., Chuluunbaatar G. High-order finite difference and finite-element methods for solving some partial differential equations // Switzerland, Springer Nature. 2024. pp. 114.
2. Zhanlav T., Chuluunbaatar O. New developments of newton-type iterations for solving nonlinear problems // Switzerland, Springer Nature. 2024. pp. 281.
3. Калиновская Л.В., Калиновский Ю.Л. Матрицы и определители // Инфра-инженерия, Москва. 2024. сс. 164.
4. Batgerel B., Vinitsky S.I., Chuluunbaatar O., Buša Jr. J., Blinkov Yu.A., Gusev A.A., Deveikis A., Chuluunbaatar G., Ulziibayar V. Schemes of finite element method for solving multidimensional boundary value problems // J. Math. Sci. 2024. V. 279. pp. 738–755.
5. Batgerel B., Chuluunbaatar O., Derbov V.L., Gusev A.A., Hai L.L., Deveikis A., Hess P.O., Mardyban E.V., Mardyban M.A., Vinitsky S.I., Wen P. Symbolic-numeric solving boundary value problems: Collective models of atomic nuclei // Lect. Notes Comput. Sci. 2024. V. 14938. pp. 63–81.
6. Abdul-Magead I.A.M., Lukyanov V.K., Zemlyanaya E.V., Lukyanov K.V. Analysis of the proton amplitude of scattering on bounded nuclear nucleons based on proton-nucleus scattering data // Int. J. Mod. Phys. E, 2024. pp. 2441012.
7. Lukyanov V.K., Zemlyanaya E.V., Lukyanov K.V., Abdul-Magead I.A.M. Amplitude of scattering of protons on the bounded nuclear nucleons from analysis of the proton-nucleus scattering // Phys. Part. Nucl. 2024. V. 55. No. 4. pp. 1113–1118.



8. Юшанхай В.Ю., Сюракшина Л.А. Вариационный квантовый алгоритм для вычислительных задач квантовой химии: от UCCSD-VQA к ADAPT-VQA // принята к публикации в журнал ЭЧАЯ.
9. Yukalov V.I., Yukalova E.P. Strong-coupling limits induced by weak-coupling expansions // *Ann. Phys.* 2024. V. 467. pp. 169716.
10. Yukalov V.I., Yukalova E.P. Strong-coupling extrapolation of Gell-Mann-Low functions // *Phys. Part. Nucl.* 2024. V. 55. No. 4. pp. 1026–1032.
11. Yukalov V.I., Yukalova E.P. Atom optics with cold bosons // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2024. V. 88. pp. 922–928.
12. Mikhailova T.I., Erdemchimeg B. Comparison of the description of heavy-ion fragmentation reactions in different models // *Материалы ИТТММ-2024, Изд. РУДН.* 2024. сс. 393-398.
13. Zemlyanaya E.V., Bogolubskaya A.A., Bashashin M.V., Alexeeva N.V. The  $\phi^4$  oscillons in a ball: Numerical approach and parallel implementation // *Phys. Part. Nucl.* 2024. V. 55. No. 3. pp. 505–508.
14. Zemlyanaya E., Bogolubskaya A., Bashashin M., Alexeeva N. Numerical study of the  $\phi^4$  standing waves in a ball of finite radius // *Discrete Contin. Models Appl. Comput. Sci.* 2024. V. 32. No. 1. pp. 106–111.
15. Alexeeva N.V., Barashenkov I.V., Dika Alain, De Sousa Raphael. The energy-frequency diagram of the (1+1)-dimensional  $\Phi^4$  oscillon // *J. High Energy Phys.* 2024. V. 10. article number 136.
16. Amirkhanov I.V., Sarkhadov I., Tukhliev Z.K., Gafurov H. Simulation of laser ablation of materials within the thermal spike model // *J. Surf. Investig.: X-ray, Synchrotron Neutron Tech.* 2024. V. 18. No. 2. pp. 348–353.
17. Kats P.B., Kudravets A.V., Rimashevskaya A.S., Voskresenskaya O.O. Comparative study of some rigorous and approximate methods for calculating the energy loss straggling // *Radiat. Phys. Chem.* 2024. V. 222. pp. 111860.
18. Kurakin S., Badreeva D., Dushanov E., Shutikov A., Efimov S., Timerova A., Mukhametzyanov T., Murugova T., Ivankov O., Mamatkulov K., Arzumanyan G., Klochkov V., Kučerka N. Arrangement of lipid vesicles and bicelle-like structures formed in the presence of A $\beta$  (25–35) peptide // *Biochimica et Biophysica Acta (BBA)-Biomembranes.* 2024. V. 1866. Iss. 1, pp. 184237.
19. Соловьев А.Г., Соловьева Т.М., Лукьянов К.В., Земляная Е.В. Веб-интерфейс на базе облачной инфраструктуры ОИЯИ для фитирования экспериментальных данных малоуглового рассеяния с использованием инструментов пакета ROOT // *Современные информационные технологии и ИТ-образование.* 2024. Т. 20, вып.3
20. Волохова А.В., Земляная Е.В., Лахно В.Д., Рихвицкий В.С., Башашин М.В. Исследование влияния кулоновского потенциала на процесс гидратации электрона в рамках динамической модели полярона // *Материалы ИТТММ-2024, Изд. РУДН.* 2024. сс. 330–335.
21. Chervyakov A.M. On finite-element modeling of large-scale magnetization problems with combined magnetic vector and scalar potentials // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2024. V. 21, No. 5. pp. 1074–1083.
22. Malykh M., Aryan E., Lapshenkova L., Sevastianov L. Difference schemes for differential equations with a polynomial right-hand side, defining birational correspondences // *Math.* 2024. V. 12. Iss. 17. pp. 2725.
23. Карамышев О.В., Ляпин И.Д., Карамышева Т.В., Шуравин М.А. Применение искусственного интеллекта в проектировании циклотронов // направлено в журнал Письма в ЭЧАЯ.
24. Yuldasheva M.B., Yuldashev O.I., Novitsky V.V. Modelling magnetic field of a compact electro-magnetic device of experimental setup to study rot-effects in fission of heavy nuclei // accepted for publication in *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model.*
25. Khodzhbagiyani H.G., Akishin P.G., Butenko A.V., Bychkov A.V., Kuznetsov G.L., Novikov M.S., Sergeeva E.V., Trubnikov G.V., Fischer E.S., and Shemchuk A.V. Development of superconducting accelerator magnets at JINR // *Nat. Sci. Rev.* 2024. V. 1. article number 6.
26. Friesen A.V., Goderidze D., Kalinovsky Yu.L. Calculation of a multidimensional integral with a singularity by dividing the integration domain into subsegments // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2024. V. 21. No. 4. pp. 782–784.
27. Adam Gh., Adam S. A priori knowledge driven input to Bayesian two-rule automatic adaptive quadrature // *AIP Conf. Proc.* 2024. V. 3181. pp. 050002.

28. Айриян А.С., Буша мл. Я., Мележик В.С. Распараллеливание вычислительной схемы, основанной на двумерном DVR-базисе, для интегрирования нестационарного трёхмерного уравнения Шрёдингера // принята к публикации в журнал Письма в ЭЧАЯ.
29. Saha B. Interacting spinor and electromagnetic fields in cosmology // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2024. Т. 1. №46. сс. 22–26.
30. Saha B. Maxwell-Dirac system in cosmology // Int. J. Mod. Phys. A. 2024. pp. 2450117.
31. Khvedelidze A., Torosyan A. The nonclassicality distance indicator of qudits // Phys. Part. Nucl. 2024. V. 55. No. 3. pp. 591–593.
32. Khvedelidze A., Mladenov D., Torosyan A. One other parameterization of SU(4) group // Preprint <https://arxiv.org/abs/2408.14888>. 2024; Submitted to Lett. Math. Phys.
33. Babich M.V., Bordag L.A., Khvedelidze A., Mladenov D. On multidimensional analogs of Euler (Tait-Bryan) angles and Grassmannians // accepted for publication in J. Math. Sci.
34. Khvedelidze A., Mladenov D., Torosyan A. Parameterizing the entanglement body of a qubit pair // Preprint <https://arxiv.org/pdf/2411.17620>. 2024. accepted for publication in Phys. Part. Nucl.
35. Rogojin I., On the dichotomy between quatrts and pairs of qubits in the Stratonovich-Weyl correspondence // accepted for publication in Phys. Part. Nucl.
36. Корняк В.В. Конструктивная квантовая механика, основанная на конечных группах // принята к публикации в журнал ЭЧАЯ.
37. Палий Ю.Г., Боголюбская А.А., Янович Д.А. Квантовый аппроксимационный оптимизационный алгоритм для модели Изинга во внешнем магнитном поле // ЭЧАЯ. 2024. Т. 55. № 3. сс. 706–710.
38. Палий Ю.Г., Боголюбская А.А., Янович Д.А. Моделирование работы алгоритма QAOA на симуляторе квантовых вычислений Cirq // Препринт ОИЯИ P11-2024-57. 2024.
39. Bashashin M., Zemlyanaya E., Rahmonov I. Simulation of the magnetization reversal effect depending on the current pulse duration within the  $\varphi_0$  Josephson junction model using MPI and OpenMP parallel computing technique // Phys. Part. Nucl. 2024. V. 55. No. 3. pp. 498–501.
40. Rahmonova A., Rahmonov I., Streltsova O., Zuev M. Toolkit in python for simulation of Shapiro step on the current–voltage characteristic of a Josephson junction // Phys. Part. Nucl. 2024. V. 55. No. 3. pp. 528–531.
41. Rahmonova A., Streltsova O., Rahmonov I., Zuev M. Python-реализация алгоритмов и инструментарий для моделирования динамики сверхпроводникового квантового интерферометра с двумя джозефсоновскими переходами (СКВИД постоянного тока) // Электронная публикация, 2024, <http://studhub.jinr.ru:8080/jjbook/DC-SQUID.html>
42. Nikonov E.G., Nazmitdinov R.G., Glukhovtsev P.I. Computer studies of a dependence of equilibrium state structure on a number of particles for a two-dimensional system of charged particles confined in a disk potential // Discrete Contin. Models Appl. Comput. Sci. 2024. V. 32. No. 1. pp. 128–36.
43. Никонов Э.Г., Назмитдинов Р.Г., Глуховцев П.И. Проявление гексатической фазы в ограниченных двумерных системах с циркулярной симметрией // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2024. №3. сс. 10–18.
44. Tóth T., Dovica M., Buša J., Buša J. Jr. Verification of coordinate measuring machine using a gauge block // Meas. Sci. Rev. 2024. V. 24. No. 6. pp. 225-233