



Хакатон

по математическому моделированию HLIT-MM

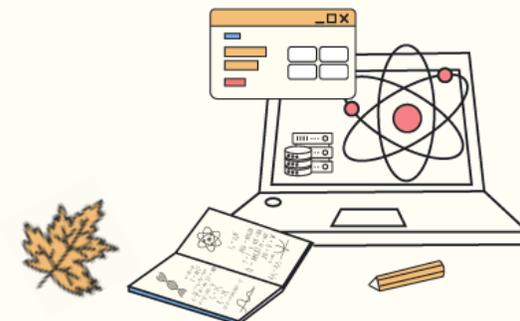
Аникина А.И., Башашин М.В., Бежанян Т.Ж., Беляков Д.В., Воронцов А.С., Зуев М.И., Кокаев Д.А., Кокорев А.А., Любимова М.А., Нечаевский А.В., Пряхина Д.И., Рахронов И.Р., Рахронова А.Р., Стрельцова О.И., Шадмехри С.А.

Лаборатория информационных технологий им. М.Г. Мещерякова
Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
Объединенный институт ядерных исследований



Осенняя школа по информационным технологиям ОИЯИ

7-11 октября 2024



Динамика джозефсоновского перехода сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник на поверхности трехмерного топологического изолятора

Физическая постановка задачи

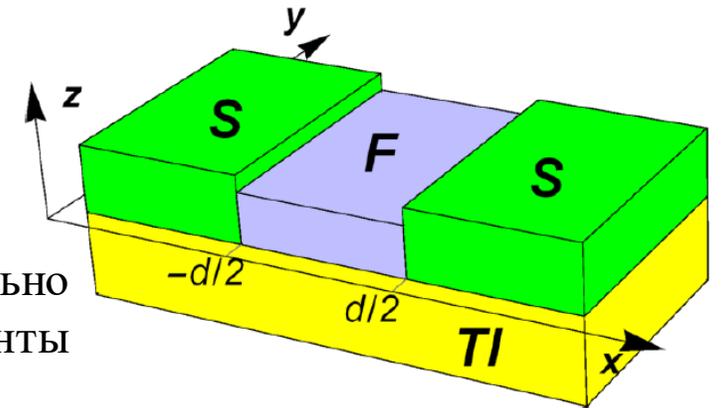
Рассматривается S/F/S структура, где два обычных s-волновых сверхпроводника и ферромагнетик, нанесены на поверхность 3D топологического изолятора, которые образуют $\Phi=0$ джозефсоновский переход, поскольку ток-фазовое соотношение этого перехода имеет сдвиг фазы на φ_0 :

$$j_s = j_c \sin(\varphi - \varphi_0),$$

где j_c критический ток, φ – джозефсоновская разность фаз.

Отличительной чертой данного перехода является то, что критический ток сильно зависит от ориентации намагниченности, а именно, от x компоненты намагниченности.

В связи с этим, в этой системе возникают **четырекратно** вырожденные стабильные состояния намагниченности, отличающиеся от состояния вдоль легкой оси.



Параметры модели:

G – отношение энергии Джозефсона к энергии магнитной анизотропии;

r – параметр спин – орбитального взаимодействия;

ω_F – собственная частота ферромагнитного резонанса;

α – параметр гильбертовского затухания;

\tilde{d} – безразмерная длина джозефсоновского перехода;

V – напряжение в джозефсоновском переходе.

Начальные условия могут быть выбраны любые, поскольку в процессе численного решения система стабилизируется в одном из возможных стабильных состояний.

Важно!!! При выборе начальных условий должно выполняться условие $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$.

Задачи:

1. Аппроксимация интегралов I_y и I_x по заданным наборам параметров и заменить их на полином n -й степени.
2. Численно решить систему уравнений при заданных начальных условиях в интервале времени $[0, t_{max}]$.
3. Построить график полученных m_x, m_y, m_z , от t и проанализировать состояние системы в конце временного интервала, т.е. выяснить какое из возможных стабильных состояний реализовалось.
4. Меняя начальные условия показать реализацию всех возможных состояний.



Динамика намагниченности описывается уравнением Ландау - Лифшица - Гильберта

$$\begin{aligned}
 \text{(ЛЛГ)} \quad \frac{dm_x}{dt} &= -\frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left((m_y h_z - m_z h_y) + \alpha [m_x (m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z) - h_x m^2] \right), \\
 \frac{dm_y}{dt} &= -\frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left((m_z h_x - m_x h_z) + \alpha [m_y (m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z) - h_y m^2] \right), \\
 \frac{dm_z}{dt} &= -\frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left((m_x h_y - m_y h_x) + \alpha [m_z (m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z) - h_z m^2] \right),
 \end{aligned} \tag{1}$$

h_x, h_y, h_z компоненты эффективного поля и определяются выражениями

$$h_x = \frac{GrI_x(m_x)}{j_{c0}} [1 - \cos(Vt - rm_y)],$$

$$h_y = \frac{GrI_y(m_x)}{j_{c0}} \sin(Vt - rm_y) + m_y,$$

$$h_z = 0.$$

$$I_x(m_x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) \cos(rm_x \tan \phi) d\phi,$$

$$I_y(m_x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) \sin(rm_x \tan \phi) d\phi,$$

$$j_{c0} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) d\phi.$$

Разработать параллельную реализацию алгоритма на Python для исследования зависимости от параметра G реализуемых стабильных состояний джозефсоновского перехода сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник на поверхности трехмерного топологического изолятора.

Алгоритм:

1. При заданных начальных условиях и фиксированного значения G решить задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1) в интервале $[0, t_{max}]$.
2. Построив графики m_x, m_y, m_z от t определить значение времени t_s (time of stabilization), после которого решения стабилизируются.
3. Усреднить полученные решения m_x, m_y, m_z в интервале $[t_s, t_{max}]$.
4. Построить зависимость средних $\langle \bar{m}_x \rangle, \langle \bar{m}_y \rangle, \langle \bar{m}_z \rangle$ от G , где анализируя эти зависимости можно говорить о реализации того или иного стабильного состояния.
5. Разработать параллельную реализацию алгоритма для вычисления зависимости средних $\langle \bar{m}_x \rangle, \langle \bar{m}_y \rangle, \langle \bar{m}_z \rangle$ от G .
6. Построить график зависимости ускорения вычислений от количества потоков.

Что будет учитываться при оценке результатов:

1. Правильность реализации алгоритма.
2. Оригинальность определения времени стабилизации решения.
3. Наибольшее достигнутое ускорение вычислений.

Сетка по параметру $G = [0.1, 10]$, количество точек $N_G = 200$.

Параметры численного счета:

- $T_0 = 0$
- $T_F = 1500$
- $N_{point} = 15000$



Желаем всем удачи!



Осенняя школа по информационным технологиям ОИЯИ
7-11 октября 2024

