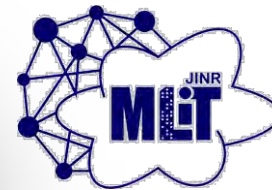




# Семинар



## Инструментарий на основе Python-библиотек и экосистемы Jupyter для решения научных и прикладных задач

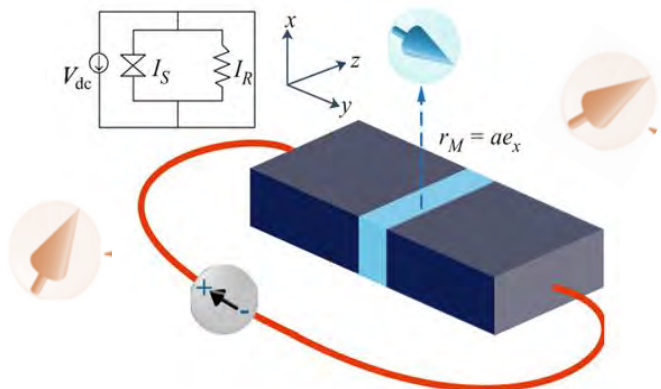
Ю.А. Бутенко, М.В. Башашин, А.С. Воронцов,  
М.И. Зуев, А.Р. Рахмонова, И.Р. Рахмонов,  
А.В. Нечаевский, Д.И. Пряхина, О.И. Стрельцова

Лаборатория информационных технологий им. М.Г. Мещерякова  
Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова  
Объединенный институт ядерных исследований

**Осенняя Школа по информационным технологиям ОИЯИ**  
14-19 ноября 2022



## Блок символьных вычислений



$$\gamma_{m_i} = -\frac{\mu_0}{2\Phi_0} \int d\mathbf{r}_i \frac{\mathbf{M}_i \times \mathbf{r}_i}{r^3}$$

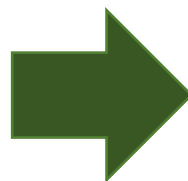
$$B_{12}(r_{12}, m_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(m_1 \cdot \hat{r})\hat{r}}{b^5} - \frac{m_1}{b^3} \right)$$



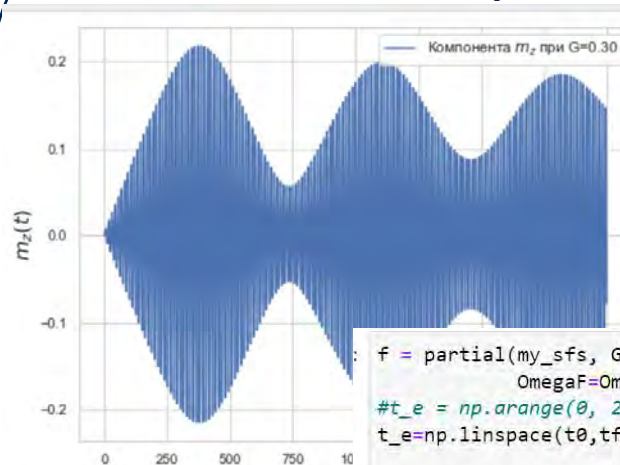
SymPy is a Python library for symbolic mathematics.



**matplotlib** is a main library for building graphs, diagrams in Python.



## Блок численных расчетов и анализа



```
f = partial(my_sfs, G=G, alpha=alpha, k=k, \
            OmegaF=OmegaF, V=V)
#t_e = np.arange(0, 25, 0.0001)
t_e=np.linspace(t0,tf,100000)

s0 = np.array([0, 1, 0])
sol_1=solve_ivp(f,[t0,tf],s0, t_eval=t_e, method='RK45')
```



**SciPy** is an open-source software for mathematics, science, and engineering.



**Параллелизация  
многопараметрических расчетов**

**Joblib** is a set of tools to provide lightweight pipelining in Python

# Процесс проведения численных исследований

**Математическая  
постановка  
задачи**



**Разработка  
вычислительной  
схемы**



**Подбор библиотек,  
апробация на модельных  
расчетах, визуализация**



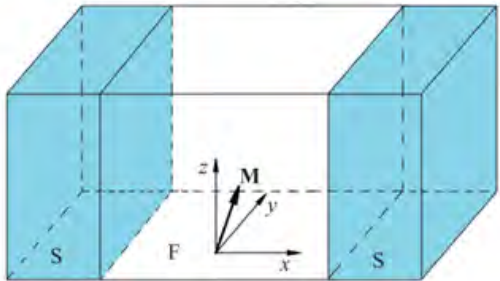
**Анализ  
результатов,  
построение  
графиков,  
диаграмм....**



**Проведение  
расчетов на  
вычислительных  
платформах**



**Программная  
реализация**



# Периодичность появления интервалов обращения магнитного момента джозефсоновского $\varphi_0$ -перехода

## Математическая постановка задачи

Основные уравнение представлены в работе [1]. Ниже приведена задача Коши для системы уравнений в безразмерном виде. Динамика магнитного момента  $M$  рассматриваемой системы описывается уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта:

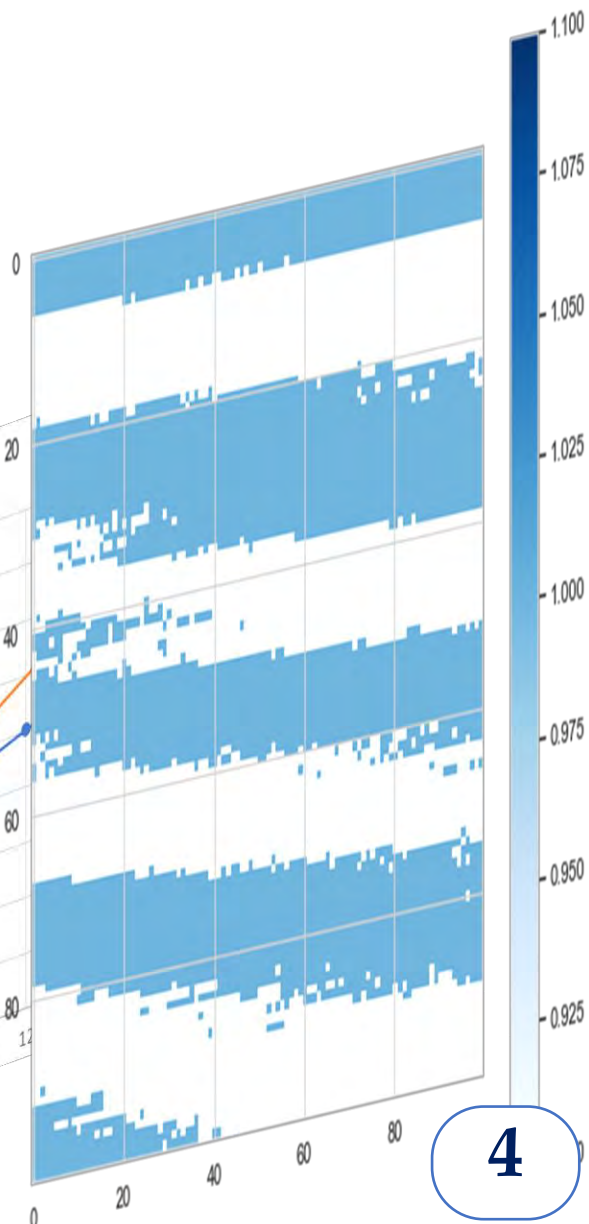
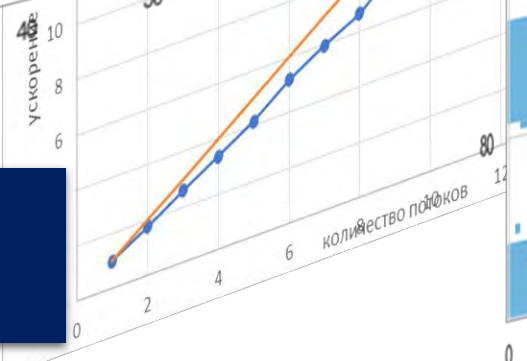
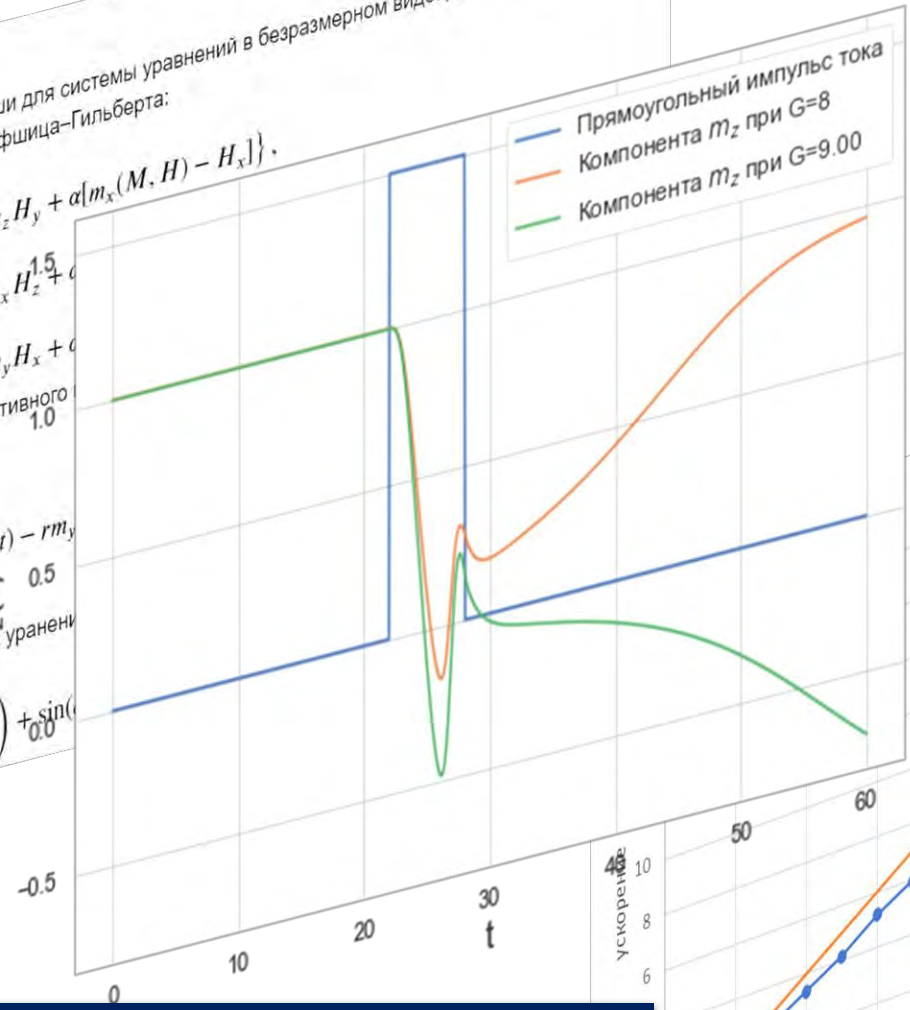
$$\frac{dm_x}{dt} = -\frac{1}{1 + M^2 \alpha^2} \{m_y H_z - m_z H_y + \alpha [m_x (M, H) - H_x]\},$$

$$\frac{dm_y}{dt} = -\frac{1}{1 + M^2 \alpha^2} \{m_z H_x - m_x H_z + \alpha [m_y (M, H) - H_y]\},$$

$$\frac{dm_z}{dt} = -\frac{1}{1 + M^2 \alpha^2} \{m_x H_y - m_y H_x + \alpha [m_z (M, H) - H_z]\},$$

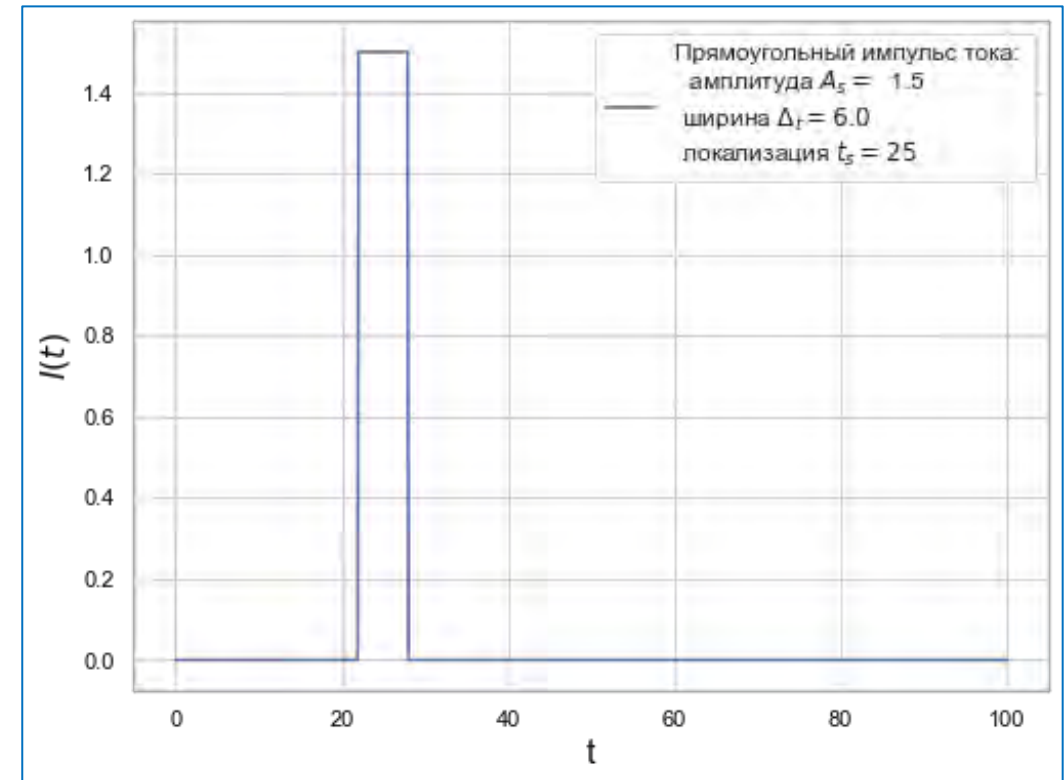
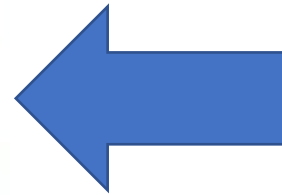
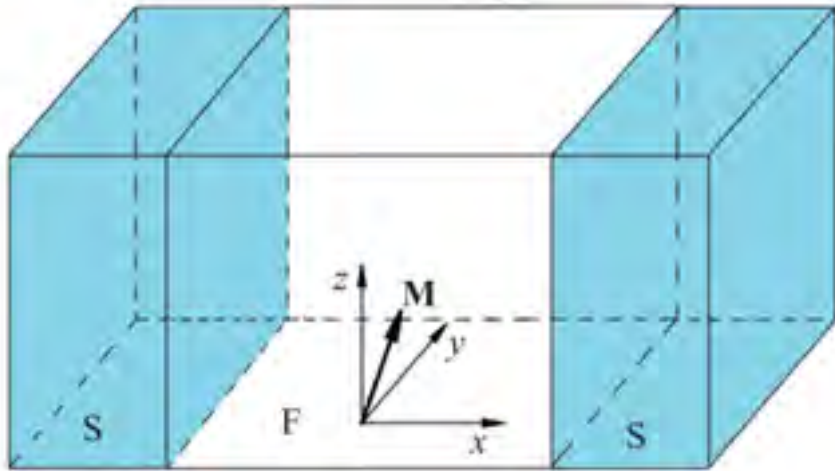
где  $M = [m_x, m_y, m_z]$  - компоненты магнитного момента, компоненты эффективного магнитного поля  $H_x(t) = 0$ ,  $H_y = Gr \sin(\phi(t) - r m_y)$ ,  $H_z(t) = m_z(t)$  определяются следующим образом:

при этом уравнение на джозефсоновскую разность фаз  $\phi(t)$  определяется уравнением джозефсоновский контакт, измеренный в единицах критического тока  $I_c$ :

$$I = w \left( \frac{d\phi}{dt} - r \frac{dm_y}{dt} \right) + \sin(\phi)$$


# Периодичность появления интервалов обращения магнитного момента джозефсоновского $\varphi_0$ -перехода

## Физическая постановка задачи



Исследовать временные зависимости компонент магнитного момента  $M$  при различных значениях параметров  $\varphi_0$ -перехода, на основе которых можно установить интервалы параметров, где происходит его переверт от **1** к **-1**.

# Математическая постановка задачи



Динамика магнитного момента рассматриваемой системы описывается уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта:

$$\frac{dm_x}{dt} = -\frac{1}{1+M^2\alpha^2} \left\{ m_y H_z - m_z H_y + \alpha \left[ m_x (M, H) - H_x \right] \right\},$$

$$\frac{dm_y}{dt} = -\frac{1}{1+M^2\alpha^2} \left\{ m_z H_x - m_x H_z + \alpha \left[ m_y (M, H) - H_y \right] \right\},$$

$$\frac{dm_z}{dt} = -\frac{1}{1+M^2\alpha^2} \left\{ m_x H_y - m_y H_x + \alpha \left[ m_z (M, H) - H_z \right] \right\},$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{w} \left( \sin(\varphi - rm_y) + r \frac{dm_y}{dt} \right) + \frac{1}{w} I,$$

**Начальные условия:**

$$m_x(0) = 0, \quad m_y(0) = 0, \quad m_z(0) = \mathbf{1}, \quad \varphi(0) = 0$$

$M = [m_x, m_y, m_z]$  – компоненты магнитного момента, компоненты эффективного поля:

$$H_x(t) = 0,$$

$$H_y(t) = Gr \sin(\varphi(t) - rm_y(t)),$$

$$H_z(t) = m_z(t),$$

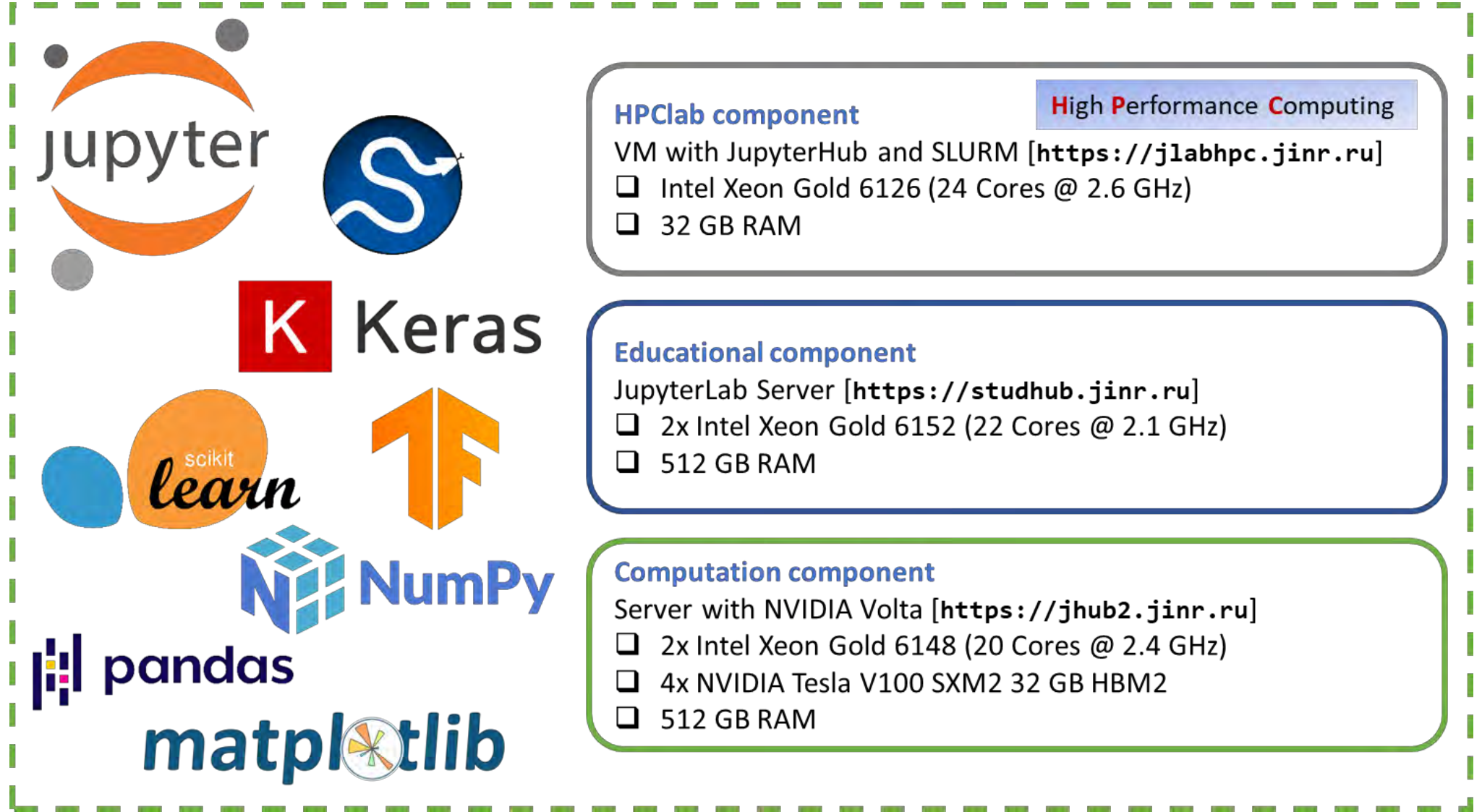
**параметрами модели:**

$G$  – отношение энергии Джозефсона к энергии магнитной анизотропии,

$r$  – константа спин-орбитального взаимодействия,

$\alpha$  – диссипация Гилберта,

$w = \mathbf{1}$  в рамках этого исследования.



# Экосистема для практических занятий



## Jupyter Notebook

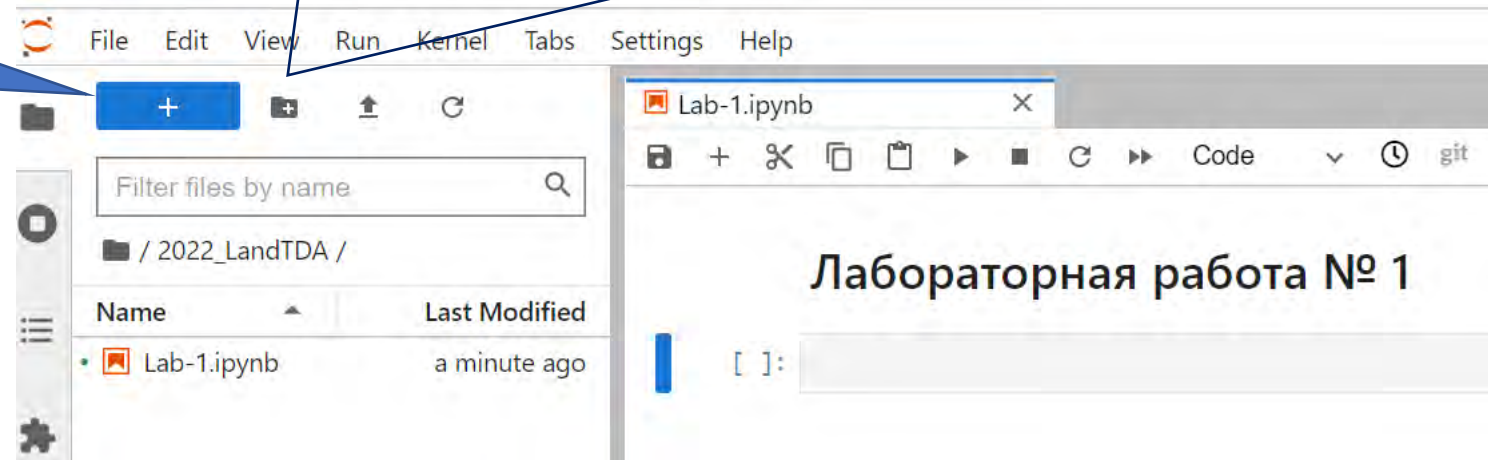
представляет собой интерактивную среду для запуска программного кода в браузере.

VM <https://studhub.jinr.ru>

(авторизация через учетную запись GitLab)  
установлен JupyterLab

1. Создайте папку для практических занятий, для этого нажмите на **+** в левой части экрана.

2. Создать новый файл Python 3





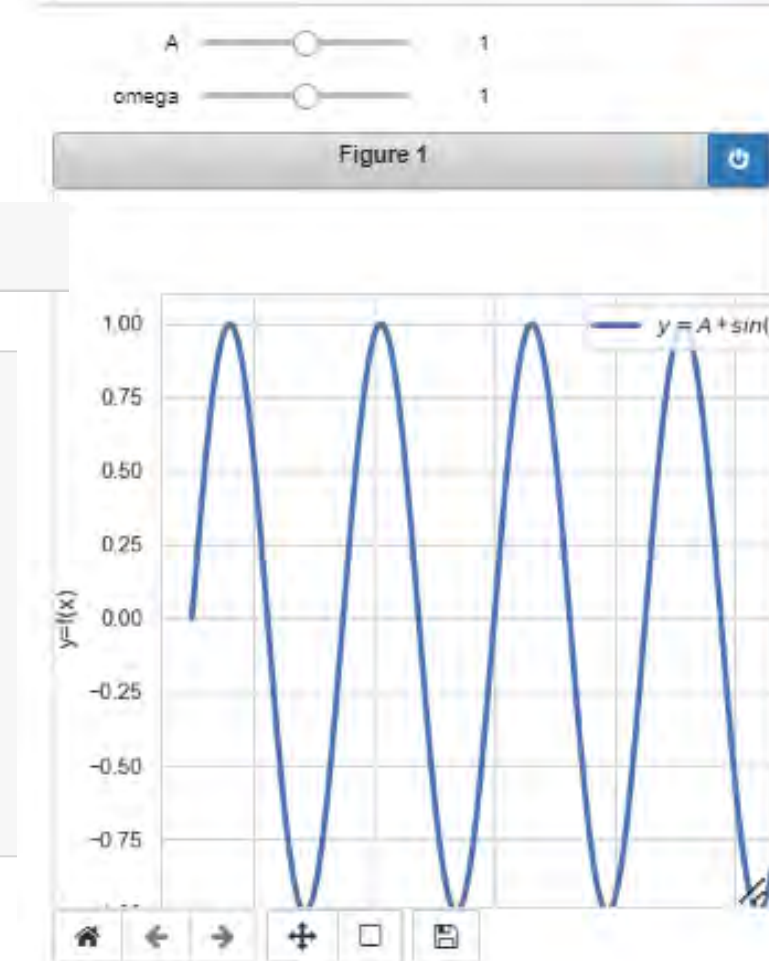
## Matplotlib + Jupyter Widgets

```
%matplotlib notebook
```

```
@interact
def show_sin(A=1,omega=1):
    t=np.linspace(-4*np.pi, 4*np.pi, 150 , endpoint=True)
    fig = plt.figure(figsize=(6,6))
    # plot sin
    plt.plot(t, f_sin(t,A,omega),label='$y=A*\sin(\omega_t)$ ',linewidth=3.0)
    plt.xlabel('t ')
    plt.ylabel('y=f(x)')

    plt.legend(loc='upper right')

    plt.show()
```



## Численное решение задачи Коши: библиотека SciPy

**Задача Коши:** Рассмотрим решение начальной задачи (*Initial value problem*) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной:

$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = f(t, y(t)), \\ y|_{t=t_0} = y_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $y = (y_1, \dots, y_n)^T$  - вектор-функция.

**Пример 1:** Численно решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = y \cos(t), \\ y(0) = y_0. \end{cases} \quad (2)$$

Для сравнения приведем аналитическое решение задачи (2):

$$y_{exact} = y_0 e^{\sin(t)}.$$

[Библиотека SciPy](#)



# Решение задачи Коши для ОДУ

**Задача 1.** Численно решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = y \cos(t), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$



**Задача 2.** Численно решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = y \cos(\omega t), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

**Задача 3.** Линеаризованное уравнение на магнитный момент:

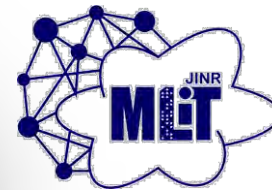
$$\frac{d^2 m_y}{dt^2} + 2\alpha\omega_J \frac{dm_y}{dt} + \omega_F^2 m_y = \omega_F^2 G r \sin(\omega_J t)$$



$$m_y = y_1$$

**Система ОДУ:**

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2, \\ \frac{dy_2}{dt} = -2\alpha\omega_J y_2 - \omega_F^2 y_1 + \omega_F^2 G r \sin(\omega_J t) \\ y_1|_{t=0} = y_{10} \\ y_2|_{t=0} = y_{20} \end{cases}$$



# Инструментарий на основе Python-библиотек и экосистемы Jupyter для решения научных и прикладных задач



jupyter {book}

<http://studhub.jinr.ru:8080/books>